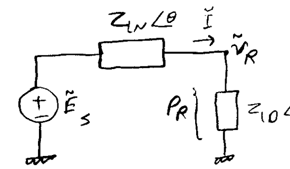
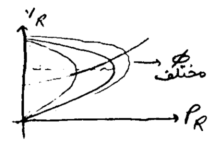
دینامیک 1

فروپاشی ولتاژ :

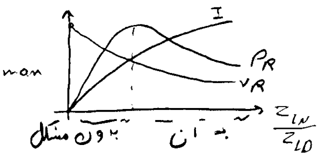


$$F = 1 + \left(\frac{Z_{LD}}{Z_{LN}}\right)^2 + 2\left[\frac{Z_{LD}}{Z_{LN}}\right]\cos(\theta-\phi) \Rightarrow I = \frac{1}{\sqrt{F}}\frac{E_s}{Z_{LN}},\quad V_R = \frac{1}{\sqrt{F}}\frac{Z_{LD}}{Z_{LN}}E_s$$

$$P_R = \frac{Z_{LD}}{F}\cdot\left[\frac{E_s}{Z_{LN}}\right]^2\cos\phi$$



$Z_{LN} = Z_{LD}$ در زمانی که max



پایداری :

1) مانا : برای تغییرات بسیار کوچک پایداری را بررسی کران.

2) دینامیکی : ~ ~ کوچک ~ ~ ~ ~ . مدل خطی صادق

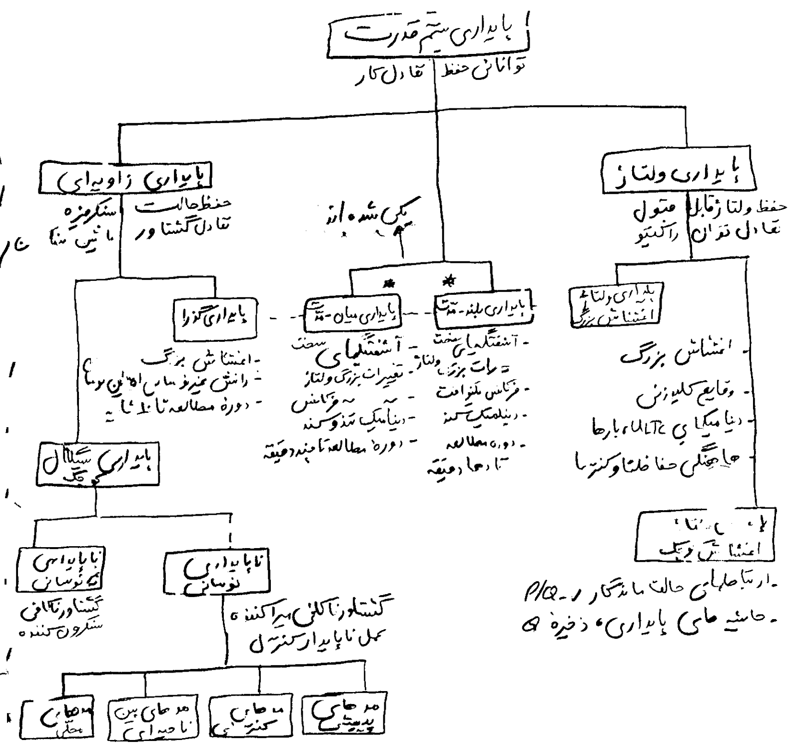
3) گذرا : ~ ~ شدید ~ ~ ~ ~ . مدل خطی ناصادق

اغتشاش یا تغییرات :

1) خیلی کوچک : AVR و GOV میتوانند غلبه کنند.

2) کوچک : با AVR و GOV و PSS میتوانند غلبه کنند.

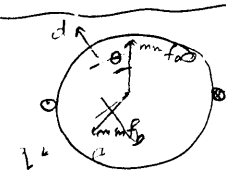
3) شدید : با همه نتوانند.



ماشین سنکرون :

ژنراتور مثبت
موتور منفی

$$\begin{cases} \omega_{sm} = \frac{2}{P_f}\omega_s \\ n_s = \frac{120 f}{P_f} \end{cases}$$



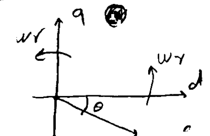
$$[V_{abc}] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_f \end{bmatrix},\quad [i_{abc}] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \end{bmatrix},\quad [\phi_{abc}] = \begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \\ \phi_f \end{bmatrix},\quad L_{abcx} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \end{bmatrix}$$

معادلات استاتور و روتور

$$[V_{abcx}] = \ldots [i_{abc}] + P[\phi_{abc}]$$

$$[\phi_{abc}] = [L_{abcx}][i_{abc}]$$

بدست آوردن اندوکتانسها : زاویه روتور θ است بین شکل :



$$\begin{cases} mmf_{ad} = N_a i_a\cos\theta \\ mmf_{aq} = -N_a i_a\sin\theta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \phi_{adg} = N_a i_a\cos\theta P_d \\ \phi_{aqg} = N_a i_a\sin\theta P_q \end{cases}$$

حل شار را در جهت محور فاز a و موج mmf و ... شار ... محاسبه ...

$$\phi_{gaa} = \phi_{adg}\cos\theta - \phi_{aqg}\sin\theta \Rightarrow L_{gaa} = \frac{N_a\phi_{gaa}}{i_a} = L_{g0} + L_{aa2}\cos 2\theta \Rightarrow$$

$$L_{aa} = L_{gaa} + L_{al} \Rightarrow L_{aa} = L_s + L_m\cos 2\theta \quad \text{و}\quad \begin{cases} L_s = L_{al} + N_a^2\left(\frac{P_d+P_q}{2}\right) \\ L_m = N_a^2\left(\frac{P_d-P_q}{2}\right) \end{cases}$$

$$\phi_{gba} = \phi_{adg}\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) - \phi_{aqg}\sin\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow L_{gba} = \frac{N_a\phi_{gba}}{i_a} \rightarrow$$

$$L_{gba} = -\frac{1}{2}L_{g0} + L_{ab2}\cos\left(2\theta-\frac{2\pi}{3}\right) \rightarrow L_{ab} = -M_s + L_m\cos\left(2\theta-\frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{و}\quad M_s = +N_a^2\left(\frac{P_d+P_q}{4}\right)$$

$$\begin{cases} L_{af} = M_f\cos\theta,\ L_{aQ} = M_Q\sin\theta,\ L_{aD} = M_D\cos\theta,\ L_{ff} = L_f,\ L_{DD} = L_D \\ L_{QQ} = L_Q,\ L_{fD} = L_{Df} = M_R \end{cases}$$

جناب آقای گرامی معادلات را برای موتور نوشته اند و ژنراتور موتور مثبت گرفته اند. اشتباه نشود

$$\begin{cases} G: E_f \to E_t \\ M: E_t \to E_f \end{cases}$$

تبدیل dq0 :

با انتخاب مقادیری که اوج ... برابر I_m بشود ...

$$K_d = K_q = \frac{2}{3}$$

$$[\phi_{dq0}] = [P][\phi_{abc}],\quad P = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-120) & \cos(\theta+120) \\ \sin\theta & \sin(\theta-120) & \sin(\theta+120) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix},\quad P^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta-120) & \sin(\theta-120) & 1 \\ \cos(\theta+120) & \sin(\theta+120) & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\phi_{abc}] = [P^{-1}][\phi_{dq0}]$$

$$\begin{cases} [\phi_{dq0x}] = A[\phi_{abcx}] \quad \text{و}\quad [L_{dq0x}] = A[L_{abcx}]A^{-1} \\ [i_{dq0x}] = A[i_{abcx}] \quad \text{و}\quad [V_{dq0x}] = A[V_{abcx}] \end{cases}$$

در حالت متعادل i_0 و ϕ_0 و ... همه مقادیری ثابت هستند

ماتریس سلفها :

$$L_{dq0x} = \begin{bmatrix} L_s+M_s+\frac{3}{2}L_m & 0 & 0 & M_f & M_D & 0 \\ 0 & L_s+M_s-\frac{3}{2}L_m & 0 & 0 & 0 & M_Q \\ 0 & 0 & L_s-2M_s & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}M_f & 0 & 0 & L_f & M_R & 0 \\ \frac{3}{2}M_D & 0 & 0 & M_R & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_Q & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} L_d = L_s+M_s+\frac{3}{2}L_m \\ L_q = L_s+M_s-\frac{3}{2}L_m \\ L_0 = L_s-2M_s \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3}{2}M_f = \frac{3}{2}M_D = M_R = L_{md} \\ \frac{3}{2}M_Q = L_{mq} \end{cases}$$

با پریونیت کردن

دینامیک ۲

پریونیت کردن :

{با مساوی قرار دادن ضرایب $\frac{3}{2}$ های روابط در پریونیت ۲:

$VA_{base3\phi} = VA_n$

$$\begin{cases} v_{sbase} = v_m/ph \\ f_{base} = f_n \\ i_{sbase} = I_m/ph = \frac{VA_{base}}{\frac{3}{2} v_{sbase}} \\ z_{sbase} = \frac{v_{sbase}}{i_{sbase}} \\ \omega_{base} = 2\pi f_{base} \\ \omega_{mbase} = \omega_{base} \times \frac{2}{P_f} \\ l_{sbase} = \frac{z_{sbase}}{\omega_{base}} \\ t_{base} = 1s/\omega_b \\ VA_{rbase} = VA_{base3\phi}/2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \phi_{sbase} = l_{sbase}\, i_{sbase} \\ i_{fbase} = \frac{l_{md}}{M_f} i_{sbase} \\ i_{Dbase} = \frac{l_{md}}{M_D} i_{sbase} \\ i_{Qbase} = \frac{L_{mq}}{M_Q} i_{sbase} \\ v_{fbase} = \frac{VA_{base}}{i_{fdbase}} \\ z_{fbase} = \frac{v_{fbase}}{i_{fbase}} \\ z_{Dbase} = \frac{VA_{base}}{i^2_{Dbase}} \\ z_{Qbase} = \frac{VA_{base}}{i^2_{Qbase}} \\ l_{fbase} = z_{fbase} \end{cases}$$

$$\begin{cases} l_{Dbase} = \frac{z_{Dbase}}{\omega_{base}} \\ l_{Qbase} = \frac{z_{Qbase}}{\omega_{base}} \\ t_{base} = 1s/\omega_b \\ T_{base} = \frac{VA_{base}}{\omega_{mbase}} \\ \omega_{rbase} = \omega_b \\ v_{sbase} = \omega_b \phi_{sbase} \end{cases}$$

l_{mq} و l_{md} : مقداری از l_a که در هوا می رود ؛ $l_d = l_a + l_{md}$ ، $l_q = l_a + l_{mq}$

نکته : $x_d = \omega_0 l_d$ ($\omega_0 = 1$)

(در صفحه ۸ روش پریونیت کردن آمده است)

رابطه بین ولتاژ و جریان و شارها و ساده کردن معادلات :

$$\begin{cases} v_d = r i_d + \frac{d\phi_d}{dt} + \omega \phi_q \\ v_q = r i_q + \frac{d\phi_q}{dt} - \omega \phi_d \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_f = r_f i_f + \frac{d\phi_f}{dt} \\ 0 = r_D i_D + \frac{d\phi_D}{dt} \\ 0 = r_Q i_Q + \frac{d\phi_Q}{dt} \end{cases}$$

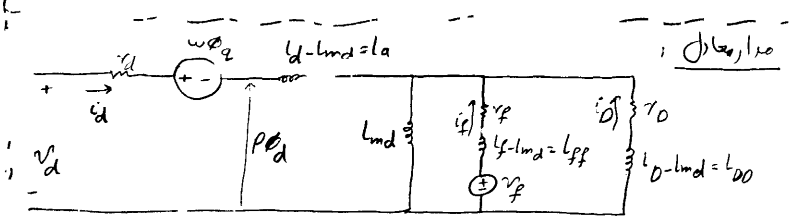
$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_f \\ 0 = v_D \\ v_q \\ 0 = v_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_d + l_d p & l_{md} p & l_{md} p & \omega l_q & \omega l_{mq} \\ l_{md} p & r_f + l_f p & l_{md} p & 0 & 0 \\ l_{md} p & l_{md} p & r_D + l_D p & 0 & 0 \\ -\omega l_d & -\omega l_{md} & -\omega l_{md} & r_q + l_q p & l_{mq} p \\ 0 & 0 & 0 & l_{mq} p & r_Q + l_Q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix}$$

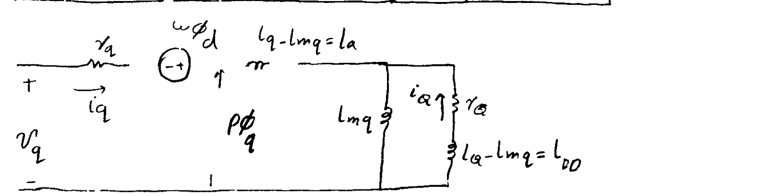
$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_f \\ \phi_D \\ \phi_q \\ \phi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_d & l_{md} & l_{md} & 0 & 0 \\ l_{md} & l_f & l_{md} & 0 & 0 \\ l_{md} & l_{md} & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_q & l_{mq} \\ 0 & 0 & 0 & l_{mq} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_0\phi_d \\ \omega_0\phi_f \\ \omega_0\phi_D \\ \omega_0\phi_q \\ \omega_0\phi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d & x_{md} & x_{md} & 0 & 0 \\ x_{md} & x_f & x_{md} & 0 & 0 \\ x_{md} & x_{md} & x_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_q & x_{mq} \\ 0 & 0 & 0 & x_{mq} & x_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix}$$

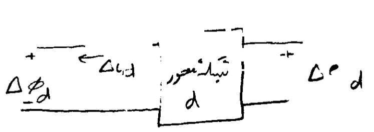
$\omega_0 = 1$

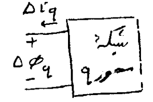
مدار معادل :





پارامترهای عملیاتی :





$$\begin{cases} \Delta\phi_d(s) = G(s)\Delta e_{fd}(s) - L_d(s)\Delta i_d(s) \\ \Delta\phi_q(s) = -L_q(s)\Delta i_q(s) \end{cases}$$

حال این ها را حساب می کنیم : از دو معادله ولتاژ روتور در محور d ، لاپلاس گرفته و سپس Δ می گیریم و Δi_f و Δi_D را پیدا می کنیم سپس $\Delta\phi_d$ را بدست می آوریم و $L_d(s)$ و $G(s)$ حساب می شوند :

$$\begin{cases} L_d(s) = l_d \frac{1 + (T_4 + T_5)s + T_4 T_6 s^2}{1 + (T_1 + T_2)s + T_1 T_3 s^2} \quad \text{و} \quad G(s) = G_0 \times \frac{1 + sT_{kd}}{1 + (T_1 + T_2)s + T_1 T_3 s^2} \\ l_d(s) = l_d \frac{(1 + sT'_d)(1 + sT''_d)}{(1 + sT'_{do})(1 + sT''_{do})} \quad \text{و} \quad G(s) = G_0 \times \frac{1 + sT_{kd}}{(1 + sT'_{do})(1 + sT''_{do})} \end{cases}$$

{در جدول پایین}

حال در سه حالت ماندگار و گذرا و زیرگذرا داریم : ماندگار $s \to 0$ ، گذرا $\infty \to$ و سیم پیچهای میراکننده حذف و در زیرگذرا $s \to \infty$.

توجه شود که :

$$\begin{cases} x_d \geq x_q , x'_q \geq x'_d > x''_q \geq x''_d \\ T'_{do} > T'_d ; T''_{do} > T''_d > T_{kd} \end{cases} , \begin{cases} T'_{qo} > T'_q > T''_{qo} > T''_q \end{cases}$$

جدول زیر اطلاعات ما را کامل می کند.

	عبارت تقریبی	عبارت دقیق	چند رابطه مهم (ستون ۲)
T'_{do}	$T_1 = (l_{md} + l_{ff})/r_f$	$T_1 + T_2$	$T'_d/T'_{do} = x'_d/x_d$ $T''_d/T''_{do} = x''_d/x'_d$
T'_d	$T_4 = (l_{ff} + l_{md} \parallel l_a)/r_f$	$T_4 + T_5$	$x_d - x'_d = x^2_{md}/x_f$
T''_{do}	$T_3 = (l_{DD} + l_{md} \parallel l_{ff})/r_D$	$T_3(T_1/(T_1 + T_2))$	$x_q - x''_q = x^2_{mq}/x_Q$
T''_d	$T_6 = (l_{DD} + l_{md} \parallel l_a \parallel l_{ff})/r_D$	$T_6(T_4/(T_4 + T_5))$	$x_d - x''_d = \frac{x^2_{md}(x_f + x_D - 2x_{md})}{(x_f x_D - x^2_{md})}$
l'_d	$l_d(T_4/T_1) = l_a + l_{md} \parallel l_{ff}$	$l_d(T_4 + T_5)/(T_1 + T_2)$	$x'_d - x''_d = \frac{x^2_{md}(x_f - x_{md})}{x_f(x_f x_D - x^2_{md})}$
l''_d	$l_d(T_4 T_6)/(T_1 T_3) = l_a + l_{md} \parallel l_{ff} \parallel l_{DD}$	$l_d(T_4 T_6)/(T_1 T_3)$	$\frac{x'_d - x''_d}{x_d - x''_d} = \frac{(x_f + x_D - 2x_{md})x_f}{(x_f - x_{md})^2}$ $x_{md} = x_D \Rightarrow \frac{x_f}{x_f - x_{md}}$

$$\begin{cases} T_1 = \frac{l_{md} + l_{ff}}{r_f} , \quad T_2 = \frac{l_{md} + l_{DD}}{r_D} , \quad T_3 = (l_{DD} + l_{md} \parallel l_{ff})/r_D \\ T_4 = (l_{ff} + l_{md} \parallel l_a)/r_f , \quad T_5 = (l_{DD} + l_{md} \parallel l_a)/r_D , \quad T_6 = (l_{DD} + l_{md} \parallel l_a \parallel l_{ff})/r_D \end{cases}$$

عبارتهای q مطابق همین عبارات است فقط با :

$$\begin{cases} l_{DD} \to l_{QQ} \\ l_{ff} \to \infty \\ l_{md} \to l_{mq} \end{cases} \quad \begin{cases} r_D \to r_Q \\ r_f \to \infty \\ d \to q \end{cases}$$

(برای $'$ و $''$ می توان از سلفهای مدار معادل استفاده کرد. در $'$ میراکننده حذف و $''$ ما میر نشده هست)

{برای T' ها : وقتی r دارد a را نمی بیند. برای T'' ها : از دو سر r_f به طرف چپ

{برای T'' وقتی o دارد a را نمی بیند. برای T'' : از r_D به سمت چپ

{برای T_n ها : ۱ و ۴ برای f ، ۲ و ۳ و ۵ و ۶ برای D : {شماره پایین تر و o ها : a الان بود e بعدا f

مدلسازی قسمت مکانیکی :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$T_m - T_e = J\frac{d\omega}{dt} + B\omega \Rightarrow \begin{cases} H = \frac{1}{2} \frac{J\omega^2_{0m}}{VA_{rated}} \\ \delta = \omega_0 t - \theta \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = \omega_0 - \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 - \omega = -\Delta\omega \\ \frac{d^2\delta}{dt^2} = -\dot{\omega} = -\frac{d\omega}{dt} \end{cases} \end{cases}$$

(در واقع از موقعیت ساختمان استفاده نمی کنیم)

$$T_m - T_e = J\left(-\frac{d^2\delta}{dt^2}\right) + B\left(\omega_0 - \frac{d\delta}{dt}\right) \Rightarrow$$

$$T_e - \underbrace{(T_m - B\omega_0)}_{T'_m} = J\frac{d^2\delta}{dt^2} - B\frac{d\delta}{dt} \rightarrow T_e - T'_m = J\frac{d^2\delta}{dt^2} + B\frac{d\delta}{dt}$$

دینامیک ۳ :

زمان شروع حرکت :

$$\frac{d\Delta\omega_r}{dt} = \frac{1}{2H} T_a \Rightarrow \omega_r' = \left(\omega_0 + \int_0^{T_m} T_a\,dt\right)/(2H)$$

$T_m = 2H = M$ مدت زمانی که روتور با گشتاور نامی از سکون به سرعت سنکرون برسد.

$$H = \frac{1}{2}\,\frac{J\omega_0^2}{VA_{base}}$$

نوشتن معادله حالت :

$$\begin{cases} x_1 = \delta \\ x_2 = \dot\delta \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = \omega_0 \phi_d \\ x_4 = \omega_0 \phi_f \\ x_5 = \omega_0 \phi_D \end{cases} \quad \begin{cases} x_6 = \omega_0 \phi_q \\ x_7 = \omega_0 \phi_Q \end{cases} \quad \begin{bmatrix} \omega_0 = 1 \\ \omega \neq 1 \end{bmatrix}$$

T_m' و v_f ورودی هستند.

با فرضهای زیر داریم :

$$\begin{cases} v_d = v_B \sin\delta \;,\; v_q = v_c \\ \omega = \omega_0 - \dot\delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot x_1 = x_2 \\ \dot x_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1}{J} T_e - \frac{1}{J} T_m' \\ \dot x_3 = \omega_0 v_d - \omega(\omega_0 \phi_q) - \omega_0 r i_d \\ \dot x_4 = \omega_0 v_f - \omega_0 r_f i_f \\ \dot x_5 = -\omega_0 r_D i_D \\ \dot x_6 = \omega_0 v_q + \omega(\omega_0 \phi_d) - \omega_0 r i_q \\ \dot x_7 = -\omega_0 r_Q i_Q \end{cases}$$

طبق ماتریس اندوکتانس :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d & x_{md} & x_{md} \\ x_{md} & x_f & x_{md} \\ x_{md} & x_{md} & x_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_q & x_{mq} \\ x_{mq} & x_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_Q \end{bmatrix} \end{cases}$$

با جاگذاری مقادیر بالا داریم که :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1d} & y_{4d} & y_{5d} \\ y_{4d} & y_{2d} & y_{4d} \\ y_{5d} & y_{4d} & y_{3d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} , \quad \begin{bmatrix} i_q \\ i_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1q} & y_{3q} \\ y_{3q} & y_{2q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_6 \\ x_7 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot x} = A\underline{x} + N(\underline{x}) + Bu$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} , \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B/J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0 r y_{1d} & -\omega_0 r y_{4d} & -\omega_0 r y_{5d} & -\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0 r_f y_{4d} & -\omega_0 r_f y_{2d} & -\omega_0 r_f y_{4d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0 r_D y_{5d} & -\omega_0 r_D y_{4d} & -\omega_0 r_f y_{3d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +\omega_0 & 0 & 0 & -\omega_0 r y_{1q} & -\omega_0 r y_{3q} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0 r_Q y_{3q} & -\omega_0 r_Q y_{2q} \end{bmatrix} ,$$

$$N(\underline{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} T_e \\ \omega_0 v_B \sin x_1 + x_2 x_6 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_0 v_B \cos x_1 - x_2 x_3 \\ 0 \end{bmatrix} , \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/J \\ 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} , \quad u = \begin{bmatrix} T_m' \\ v_f \end{bmatrix}$$

تنها عبارت T_e که داریم : (پس از پریونیت کردن)

$$T_e \approx P_e = \frac{1}{2}[v_d i_d + v_q i_q]$$

این P_e ترمینال است نه فاصله هوائی ،

$$\begin{cases} v_d = r i_d + \frac{d\phi_d}{dt} + \omega\phi_q \\ v_q = r i_q + \frac{d\phi_q}{dt} - \omega\phi_d \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_e = \frac{1}{2}[\omega\phi_q i_d - \omega\phi_d i_q] \\ \omega \approx \omega_0 = 1 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$T_e = \frac{1}{2}\left[x_6(y_{1d} x_3 + y_{4d} x_4 + y_{5d} x_5) - x_3(y_{1q} x_6 + y_{3q} x_7)\right]$$

گشتاور فاصله هوائی

نمایش ماشین سنکرون در مطالعات پایداری ؛ مدل درجه ۵ :

۱) از عبارات مقاومت و اندوکتانس صرفنظر می کنیم.

۲) از اثر تغییرات دوران ولتاژ صرفنظر می شود.

در ضمیمه داریم که دو اثر بالا چه تأثیری را خنثی می کنند :

با تقریب اول :

$$v_d = \omega\phi_q = (\omega_0 - \dot\delta)\phi_q \Rightarrow x_6 = \frac{v_B \sin x_1}{\omega_0 - x_2}\,\omega_0$$

$$v_q = -\omega\phi_d = (\omega_0 - \dot\delta)(-\phi_d) \Rightarrow x_3 = -\frac{v_B \cos x_1}{\omega_0 - x_2}\,\omega_0$$

پس معادلات به درجه ۵ کاهش می یابد؛ یعنی معادلات x_3 و x_6 را از بالا نداریم.

با دو تقریب :

$$\begin{cases} v_d = \omega_0 \phi_q = x_6 \Rightarrow x_6 = v_B \sin x_1 \\ v_q = \omega_0 \phi_d = -x_3 \Rightarrow x_3 = -v_B \cos x_1 \end{cases}$$

در اینصورت معادلات به فرم زیر می شود :

$$\begin{bmatrix} \dot x_1 \\ \dot x_2 \\ \dot x_4 \\ \dot x_5 \\ \dot x_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B}{J} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0 r_f y_{2d} & -\omega_0 r_f y_{4d} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0 r_D y_{4d} & -\omega_0 r_D y_{3d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0 r_Q y_{2q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} T_e \\ +\omega_0 r_f y_{4d} v_B \cos x_1 \\ \omega_0 r_D y_{5d} v_B \cos x_1 \\ -\omega_0 r_Q y_{3q} v_B \sin x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \\ \omega_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m' \\ v_f \end{bmatrix}$$

در این حالت T_e می شود

$$T_e = \frac{1}{2}[v_d i_d + v_q i_q] = \frac{1}{2}\left[v_B \sin x_1(-v_B \cos x_1 y_{1d} + y_{4d} x_4 + y_{5d} x_5) - v_B \cos x_1 (v_B \sin x_1 y_{1q} + y_{3q} x_7)\right]$$

مدل درجه ۳ :

۱) نتیجه شده از مدل درجه ۷ :

فرضها : A) صرفنظر از مقاومت و اندوکتانسها

B) تغییرات سرعت در ولتاژ صرفنظر

C) چشم پوشی از اثر دمپرها

این فرضها داریم :

$$\phi_d = l_d i_d + l_{md} i_f \qquad \phi_f = l_{md} i_d + l_f i_f \qquad \phi_q = l_q i_q$$

$$\begin{cases} v_d = \omega_0 \phi_q \\ v_q = -\omega_0 \phi_d \\ x_1 = \delta \;,\; x_2 = \dot\delta \;,\; x_3 = \phi_f \\ v_f = \dot\phi_f + r_f i_f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot x_1 = x_2 \\ \dot x_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1}{J} T_e - \frac{1}{J} T_m' \\ \dot x_3 = v_f - r_f i_f \end{cases}$$

از این معادلات :

$$\begin{cases} \dot x_3 = v_f - r_f i_f \\ \omega_0 \phi_f = x_{md} i_d + x_f i_f \\ v_B \cos x_1 = -x_d i_d - x_{md} i_f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot x_3 = v_f - \overbrace{\frac{\omega_0 x_d r_f}{x_f x_d'}}^{K_1} x_3 - \underbrace{\frac{v_B x_{md} r_f}{x_d' \times x_f}}_{K_2} \cos x_1 \\ x_d' = x_d - \frac{x_{md}^2}{x_f} \end{cases}$$

همان تعریف قبلی بود

پس صورت کلی معادله

$$\begin{bmatrix} \dot x_1 \\ \dot x_2 \\ \dot x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B}{J} & 0 \\ 0 & 0 & -K_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} T_e \\ -K_2 \cos x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m' \\ v_f \end{bmatrix}$$

$$K_1 = \frac{\omega_0 x_d r_f}{r_f x_d'} \;,\; K_2 = \frac{v_B x_{md} x_f}{x_d' \times x_f} \;,\; T_e = K_3 x_3 \sin x_1 + K_4 \sin x_1 \cos x_1$$

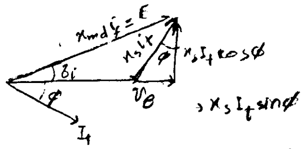
حدود قابلیت تولید توان راکتیو و اکتیو ماشین سنکرون:

۱) حد جریان آرمیچر:

$P = |V_B||I_t|\cos\phi$, $jQ = |V_B||I_t|\sin\phi \Rightarrow P^2 + Q^2 = V_B^2 I_{t\,max}^2$

۲) حد جریان تحریک:

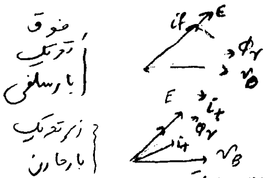
$x_d = x_q = x_s \Rightarrow$ $E_q = E = x_{md}\, i_f$



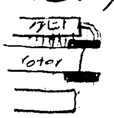
$$\begin{cases} x_{md} i_f \cos\delta = V_B + x_s I_t \sin\phi \\ x_{md} i_f \sin\delta = x_s I_t \cos\phi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_t \sin\phi = \frac{x_{md} i_f \cos\delta}{x_s} - \frac{V_B}{x_s} \\ I_t \cos\phi = \frac{x_{md} i_f \sin\delta}{x_s} \end{cases} \rightarrow$$

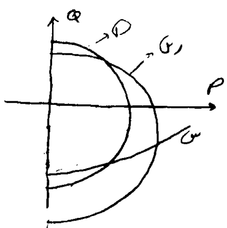
$$\begin{cases} P = V_B I_t \cos\phi = \frac{V_B x_{md} i_f \sin\delta}{x_s} \\ Q = V_B I_t \sin\phi = \frac{V_B x_{md} i_f \cos\delta}{x_s} - \frac{V_B^2}{x_s} \end{cases} \rightarrow P^2 + \left(Q + \frac{V_B^2}{x_s}\right) = \frac{V_B^2 x_{md}^2}{x_s^2} i_{f\,max}^2$$

۳) حد گرمای انتهای آرمیچر:



در حالت زیر تحریک شار منتجه بیشتر است پس انتهای استاتور گرم‌تر می‌شود. حلقه نگهدارنده در حالت فوق تحریک اشباع است پس اجازه عبور شار از روتور را نمی‌دهد. پس شار نشتی کمتر است.

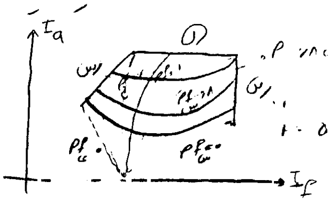




از این ۳ محدودیت داریم که:

یک مرز دیگر مثل تعادل که از اغتشاش کوچک ناپایدار نمی‌شود.

منحنی V شکل: اگر محدودیت‌های بالا را در صفحه $I_a - I_f$ نشان دهیم داریم:



۳) چون در حالت زیر تحریک جریان I_a زیاد و I_f کم است پس $I_a < k I_f$ ضریب k تقریبی است.

ولتاژ ثابت در حالت P ثابت منحنی V شکل داریم

$e_{d1} = x_{mq} i_s$ $\quad e_{q1} = x_{md} i_f$

$e_{d2} = x_{mq} i_Q$ $\quad e_{q2} = x_{md} i_D$

$e'_d = \frac{x_{mq}}{x_s} \omega_0 \phi_s$ $\quad e'_q = \frac{x_{md}}{x_f} \omega_0 \phi_f$

$e''_d = \frac{x_{mq}}{x_Q} \omega_0 \phi_Q$ $\quad e''_q = \frac{x_{md}}{x_D} \omega_0 \phi_D$

دینامیک ۲:

معادلات کتاب ۸ رکنده صفحه ۲۱ و بعضی مقالات: تعاریف مهم: (پرپونیش ۸)

$$\begin{cases} E = x_{md} i_f \\ e'_q = \frac{x_{md}}{x_f} \omega_0 \phi_f \\ E_{FD} = x_{md} \frac{V_f}{r_f} \end{cases} \quad \boxed{\omega_0 = 1}$$

از روی این تعاریف ۳ نکته مهم اداریم:

از آنجا که در کتاب ۸ رکنده حالات ژنراتوری داریم و i ها برعکس است:

$$\begin{cases} \dot\phi_f/\omega_b = V_f - r_f i_f \Rightarrow T'_{d0}\dot e'_q = E_{FD} - E \\ \phi_f = -l_{md} i_d + l_f i_f \Rightarrow e'_q = E - (x_d - x'_d) i_d \end{cases} \rightarrow T'_{d0}\dot e'_q = E_{FD} - e'_q - (x_d - x'_d) i_d$$

با خلاصه سازی داریم:

$$\begin{cases} x_1 = \omega \\ x_2 = \delta \\ x_3 = e'_q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot x_2 = \omega_b(x_1 - 1) \\ \dot x_1 = \frac{1}{M}(T_m - T_e - D x_2) \\ \dot x_3 = \frac{1}{T'_{d0}}\left[\frac{x_{md}}{r_f} V_f - x_3 + (x'_d - x_d) i_d\right] \end{cases}$$

اثبات در پایین

باید (i_d, T_e) را پیدا کنیم

۱) E_{FD}: این تعریف شده است که در حقیقت برای خود ولتاژ ورودی در مقابل V_f به جهت پایه بینی در قسمت تحریک کسته شده است. اگر از خود V_f استفاده می‌کردیم می‌توانیم مزدارهای ورودی خوب مثل مثبت صفحه بگیریم.

از روی شکل معلوم است که:

$$\bar e'_q = \bar V_B + j x'_d \bar i_d + R_a \bar i_q + j x_q \bar i_q$$

(توجه شود i ها و v ها برداری در نظر گرفته شده اند)

$x'_d i_d = e'_q - V_q \rightarrow i_d = \frac{x_3 - V_B \cos x_1}{x'_d}$

$x_q i_q = V_d \Rightarrow i_q = \frac{V_B \sin x_1}{x_q}$

$T_e = V_d i_d + V_q i_q$:

$$T_e = \left[\frac{x_3 - V_B \cos x_1}{x'_d}\right] V_B \sin x_1 + V_B \cos x_1 \frac{V_B \sin x_1}{x_q}$$

$\dot x_2 = \dot\delta = (\omega t - \omega_b t)' = \omega - \omega_b = \omega_b(\omega^{pu} - 1) = \omega_b(x_1 - 1)$ ①

$J\frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - T_D \Rightarrow \frac{J\omega^2}{P_b}\frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - D\omega \rightarrow 2H\frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - D\omega$

$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M}(T_m - T_e - D\omega)$

حالتها

$$\begin{cases} x_1 = \delta \\ x_2 = \dot\delta \\ x_3 = \phi_d/\omega_b \\ x_4 = \phi_q/\omega_b \\ x_5 = e'_q \\ x_6 = e''_d \\ x_7 = e''_q \end{cases}$$

تعاریف

$$\begin{cases} e_{d1} = x_{mq} i_s \\ e_{d2} = x_{mq} i_Q \\ e'_d = \frac{x_{mq}}{x_s}\omega_0\phi_s \\ e''_d = \frac{x_{mq}}{x_Q}\omega_0\phi_Q \\ e_{q1} = x_{md} i_f = E \\ e_{q2} = x_{md} i_D \\ e'_q = \frac{x_{md}}{x_f}\omega_0\phi_f \\ e''_q = \frac{x_{md}}{x_D}\omega_0\phi_D \\ E_{FD} = x_{md}\frac{V_f}{r_f} \end{cases}$$

مثل صفحه ۷ کتاب ۸ رکنده: (پرتوکل مثل کنده)

معادلات حالت

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ \dot x_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1}{J} T_e - \frac{1}{J} T_m \\ \dot x_3 = V_d + r i_d - (x_q i_q - e_{d2}) \\ \dot x_4 = V_q + r i_q + (x_d i_d - e_{q1} - e_{q2}) \\ \dot x_5 = (E_{FD} - e_{q1})/T'_{d0} \\ \dot x_6 = -e_{d2}/T''_{q0} \\ \dot x_7 = -\frac{x'_d - x''_d}{x_d - x'_d} \times \frac{e_{q2}}{T''_{d0}} \end{cases}$$

معادلات کمکی

$$\begin{cases} V_d = -r i_d + \frac{1}{\omega_b}\frac{d\phi_d}{dt} - \omega\phi_q \\ V_q = -r i_q + \frac{1}{\omega_b}\frac{d\phi_q}{dt} + \omega\phi_d \\ \phi_d = -l_d i_d + l_{md} i_f + l_{md} i_D \ (A) \\ \phi_q = -l_q i_q + l_{mq} i_Q \ (B) \\ V_f = r_f i_f + \frac{d\phi_f}{dt}/\omega_b \\ V_Q = 0 = r_Q i_Q + \frac{d\phi_Q}{dt}/\omega_b \\ V_D = 0 = r_D i_D + \frac{d\phi_D}{dt}/\omega_b \end{cases}$$

توجه شود که $\omega_0 = 1$ و $\omega_b = 120\pi f_{base}$

رابطه ۷ با توجه به $x_D = x_{md}$ بدست می‌آید.

با ۳ رابطه زیر همه چیز بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \phi_f: & e'_q = -(x_d - x'_d) i_d + e_{q1} + \frac{x_d - x'_d}{x_d - x''_d} e_{q2} \\ \phi_D: & e''_q = -(x_d - x''_d) i_d - e_{q1} + e_{q2} \\ \phi_Q: & e''_d = (x_q - x''_q) i_q - e_{d2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \phi_d = l_d i_d + M_f i_f + M_D i_D \\ \phi_q = l_q i_q + M_Q i_Q \\ \phi_0 = L_0 i_0 \\ \phi_f = (\frac{3}{2} M_f) i_d + l_f i_f + M_R i_D \\ \phi_D = (\frac{3}{2} M_D) i_d + M_R i_f + l_D i_D \\ \phi_Q = (\frac{3}{2} M_Q) i_q + l_Q i_Q \end{cases}$$

(روابط کلّی برای استاتور، رتور و کنترل $i_q\, i_d$ در یک متن)

$$l_{md}^{pu} = \frac{M_f}{l_{sbase}} \frac{i_{fbase}}{i_{sbase}} = \frac{M_D}{l_{sbase}} \frac{i_{Dbase}}{i_{sbase}} = \frac{\frac{3}{2} M_f}{l_{fbase}} \frac{i_{sbase}}{i_{fbase}} = \frac{\frac{3}{2} M_D}{l_{Dbase}} \frac{i_{sbase}}{i_{Dbase}} = \frac{M_R}{l_{Dbase}} \frac{i_{fbase}}{i_{Dbase}} = \frac{M_R}{l_{fbase}} \frac{i_{Dbase}}{i_{fbase}}$$

$$l_{mq}^{pu} = \frac{M_Q}{l_{sbase}} \frac{i_{Qbase}}{i_{sbase}} = \frac{\frac{3}{2} M_Q}{l_{Qbase}} \frac{i_{sbase}}{i_{Qbase}}$$

(ضمیمه) ۱

(۵و۶) $\Rightarrow l_{fbase} i_{fbase}^2 = l_{Dbase} i_{Dbase}^2 \Rightarrow v_{fbase} i_{fbase} = v_{Dbase} i_{Dbase} \longrightarrow$ پس VA مدارها یعنی D و f باید برابر باشند.

(۳ و ۱) $\Rightarrow l_{fbase} i_{fbase}^2 = \frac{3}{2} l_{sbase} i_{sbase}^2 \Longrightarrow 2 v_{fbase} \times i_{fbase} = 3 v_{base} i_{base} =$

پس کافی است VA برای base روتور برابر نصف ولت آمپر پایه سه فاز استاتور باشد تا تمامی شرایط برقرار باشند.

(در کتاب کندر از همین رابطه می‌توان VA_{base} روتور و استاتور برابرند چون ۳/۲ را مخرج ۳ می‌برد)

$$l_d = l_a + l_{md} \Rightarrow l_{md}^{pu} = \frac{l_{md}^{اصلی}}{l_{sbase}} = \frac{M_f}{l_{sbase}} \frac{i_{fbase}}{i_{sbase}} = \frac{M_D i_{Dbase}}{L_{sbase} i_{sbase}} \Rightarrow$$

$$i_{fbase} = \frac{l_{md}}{M_f} i_{sbase}$$

این روابط برای جزوه دکتر ... است.

راه دیگر استفاده از کتاب کندر و بدست آوردن روابط دیگری است که در صفحات حول و حوش ۱۱ آمده است.

ضمیمه

$VA_{sbase\,3\phi} = VA_n$

(این روابط برای استاتور است.)

$v_{sbase} = v_{rms}/ph$

(در u و کندر اوج ولتاژها مبنا هستند)

$f_{base}\quad f_n$

$i_{sbase} = \frac{VA_{base}}{3 v_{sbase}}$

$z_{sbase} = \frac{v_{sbase}}{i_{sbase}}$

$P_{tbase} = 3 v_{sbase} i_{sbase}$ (A)

$T_{base} = \frac{P_{tbase}}{\omega_{mbase}}$

$\omega_{mbase} = \frac{2}{P_f} \omega_{base}$

$\omega_{base} = 2\pi f_{base}$

$l_{sbase} = z_{sbase}/\omega_{base}$

$\phi_{base} = l_{sbase} i_{sbase} = \frac{v_{base}}{\omega_{base}}$

$t_{base} = 1^s/\omega_{base}$

$P = P \cdot \omega_{base}$

$i_{fbase} = \frac{l_{md}}{M_f} i_{sbase}$

$i_{Dbase} = \frac{l_{md}}{M_D} i_{sbase}$

$VA_{rbase} = VA_{sbase}/2$

$v_{fbase} = \frac{VA_{rbase}}{i_{fbase}}$

$z_{fbase} = \frac{v_{fbase}}{i_{fbase}}$

$v_{Dbase} = \frac{VA_{rbase}}{i_{Dbase}}$

$z_{Dbase} = \frac{v_{Dbase}}{i_{Dbase}}$

$i_{Qbase} = \frac{l_{mq}}{M_Q} i_{sbase}$

$v_{Qbase} = \frac{VA_{rbase}}{i_{Qbase}}$

$z_{Qbase} = \frac{v_{Qbase}}{i_{Qbase}}$

در کندر:

$VA_{rbase} = VA_{sbase}$

مقادیر اوج ولتاژها مبنا هستند و مقادیر اوج جریانها مبنا هستند و در اینصورت روابط ساده‌تری شوند. یعنی ۲ ندارند و ساها همه پایه می‌شوند. ضریب T_e دیگر $\frac{1}{2}$ نیست و ۱ می‌شود. چون در فرمول A ضریب $\frac{3}{2}$ می‌شود.

در کتاب کندر زمان دارای base برابر $t_{base} = \frac{1}{\omega_{base}}$ است ولی در کتاب u، $t_{base} = 1^s$

در کتاب u، $x^{pu} = l^{pu}$ ولی $P_{pu} = \frac{1}{\omega_b} P$ (کندر) ولی روابط از آن جهت ω_b دارد که $\boxed{T = \frac{x}{\omega_b r}}$

u

نشان دادن نقش ... اثر چشم‌پوشی از تغییرات سرعت و ولتاژ ترانسفورماتوری: (با فرمولهای دکتر)

$$R_a = 0 \longrightarrow \begin{cases} v_d = \frac{d\phi_d}{dt} + \omega \phi_q \\ v_q = \frac{d\phi_q}{dt} - \omega \phi_d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta v_d = P(\Delta\phi_d) + (\Delta\omega)\phi_q + \omega(\Delta\phi_q) \\ \Delta v_q = P(\Delta\phi_q) - (\Delta\omega)\phi_d - \omega(\Delta\phi_d) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\omega_0 \phi_{d_0} \Delta\delta = P(\Delta\phi_d) + \phi_{q_0}\Delta\omega + \omega_0 \Delta\phi_q \\ -\omega_0 \phi_{q_0} \Delta\delta = P(\Delta\phi_q) - \phi_{d_0}\Delta\omega - \omega_0 \Delta\phi_d \end{cases}$$

در حالت ماندگار:

$$\begin{cases} v_{d_0} = v_B \sin\delta_0 = \omega_0 \phi_{q_0} \\ v_{q_0} = v_B \cos\delta_0 = -\omega_0 \phi_{d_0} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta v_d = (v_B \cos\delta_0)\Delta\delta = -\omega_0 \phi_{d_0} \Delta\delta \\ \Delta v_q = (-v_B \sin\delta_0)\Delta\delta = -\omega_0 \phi_{q_0} \Delta\delta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\omega_0 \phi_{d_0} \Delta\delta = P(\Delta\phi_d) - \phi_{q_0} P(\Delta\delta) + \omega_0 \Delta\phi_q \\ -\omega_0 \phi_{q_0} \Delta\delta = P(\Delta\phi_q) + \phi_{d_0} P(\Delta\delta) - \omega_0 \Delta\phi_d \end{cases} \quad (1)$$

الف) با بودن هر دو $P(\Delta\delta)$ و $P(\Delta\phi)$: از (1) نتیجه می‌شود که:

$$\begin{cases} \phi_{d_0} \Delta\delta = -\Delta\phi_q \\ \phi_{q_0} \Delta\delta = +\Delta\phi_d \end{cases} \quad (A)$$

ب) با حذف $P(\Delta\phi_d) = P(\Delta\phi_q) ; P(\Delta\delta) = 0$ داریم:

$$\begin{cases} -\omega_0 \phi_{d_0} \Delta\delta = \omega_0 \Delta\phi_q \Rightarrow \\ -\omega_0 \phi_{q_0} \Delta\delta = -\omega_0 \Delta\phi_d \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} \phi_{d_0} \Delta\delta = -\Delta\phi_q \\ \phi_{q_0} \Delta\delta = \Delta\phi_d \end{cases} \quad (B)$$

که عین معادلات A است.

در حالات دیگر معادلات فرق می‌کند

$e_{fd} \longrightarrow v_f$

$E_{Fd} \longrightarrow E_{FD}$

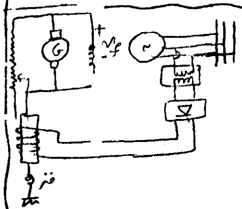
دینامیک ۶ : (برای هر MW در حدود ۲٪-۵٪ تحریک)

سیستم تحریک: به ازای هر مگاوات توان ژنراتور، ۲.۵ تا ۵ kW توان تحریک.

انواع سیستم تحریک:

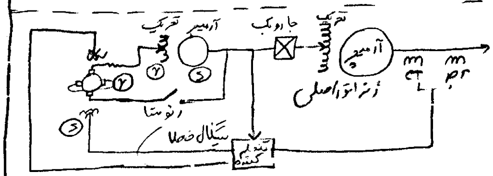
A) جریان مستقیم   B) جریان متناوب   C) استاتیکی

A) سیستم‌های تحریک جریان مستقیم



1) رئوستایی: در سیستم‌های جدید سیستم‌های موتوری داریم.

2) همراه با آمپلیدین:

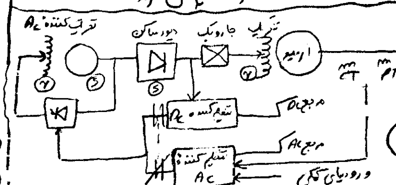


آمپلیدین ولتاژ را حدوداً ۱۰۰۰۰ برابر می‌کند.

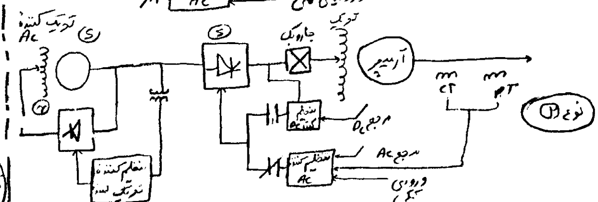
{ رئوستا با توجه به ولتاژ انحراف تنظیم می‌گردد. }

B) سیستم‌های تحریک جریان متناوب:

1) سیستم‌های با یکسوساز ساکن:



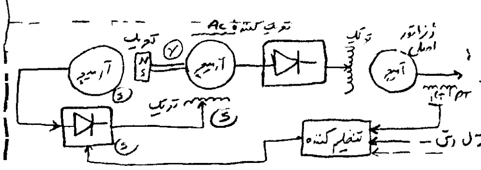
نوع ①



نوع ②

کنترل جداست

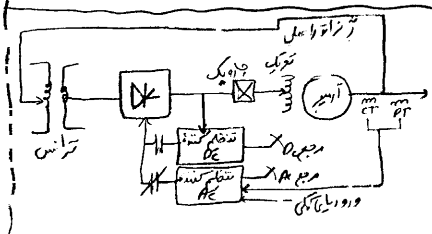
2) سیستم‌های با یکسوساز چرخان:



کلکتور ندارد چون جرقه ندارد.

C) سیستم‌های تحریک استاتیکی:

1) سیستم‌های با یکسوساز قابل کنترل و منبع ولتاژ:

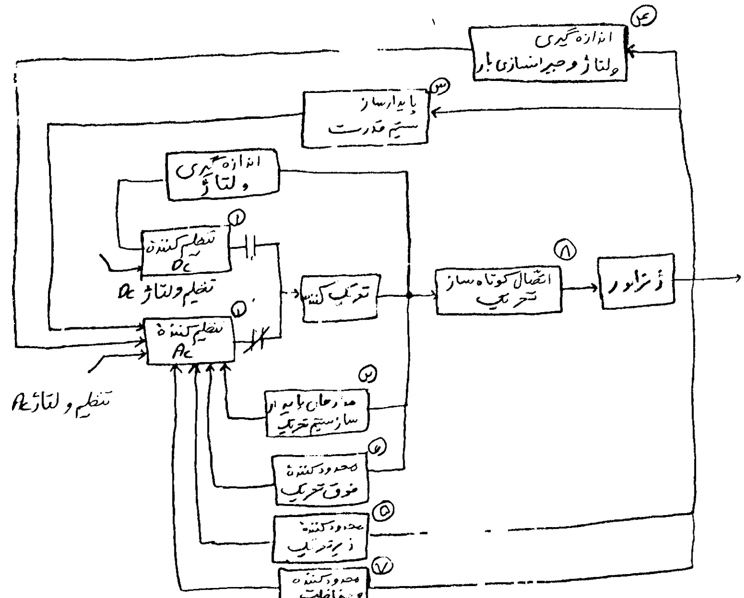


پریونیت کردن سیستم تحریک:

$$\begin{cases} v_f = r_f i_f = \frac{r_f}{L_{mdu}} \, pu \\ i_f = \frac{1}{L_{mdu}} \, pu \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} I_{fd} = L_{mdu} i_{fd} \\ E_{fd} = \frac{L_{mdu}}{r_f} v_f \end{cases}$$

ولی برای هر طبقه می‌توان E_{FD} و I_{FD} بکار برد که قبل از رسیدن به E_{fd} را گویند.

بلوک دیاگرام سیستم تحریک:



اگر منبع کنترل‌کننده ولتاژ روی پایدارساز کار کند، با تنظیم‌کننده Dc نیز استفاده می‌شود.

① در سیستم Dc تحریک ثابت است.

② یک فیدبک مشتق‌گیر برای سریع کردن پاسخ در فرکانس‌های خاص.

④ کنترل ولتاژ در نقطه‌ای دیگر تا اگر چند ژنراتور با ترانس موازی شدند بهتر کار شود.

⑤ حد را برای پایداری سیگنال کوچک و گرم شدن استاتور و روتور یا انتهای هسته استاتور کنترل می‌کند.

⑥ حد را برای گرم شدن بیش از حد روتور و یا اشباع، نگاه می‌دارد.

{ در حالت اصلی سیگنال خطای ولتاژ در کنترل نمی‌شود و در حالت اضطراری با کمک ⑤ یا ⑥ وارد عمل می‌شوند. }

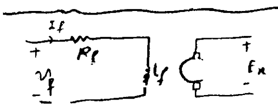
⑦ باید کنترل شود تا اگر شار یا ... زیاد نشود.

⑧ برای سیستم متناوب و استاتیکی، اگر جریان از استاتور به روتور القا شود در اتصال کوتاه ⑥ مسیری برای جریان منفی می‌خواهیم که با یک دیود و مقاومت موازی با تحریک می‌توان این کار را کرد.

(توجه شود که سیستم تحریک P را تغییر نمی‌دهد بلکه با تعیین Q ژنراتور را در حالت مجاز نگه می‌دارد.)

مدلسازی اجزاء سیستم تحریک:

1) ژنراتور dc تحریک مستقل:



$$\begin{cases} v = (R_f + L_f s) I_f \\ \phi_f = L_f I_f \\ E_x = K_x \phi_f \end{cases} \Longrightarrow v = (K_E + T_E s) E_x$$

{ S_E: اثر اشباع است.

می‌توان با یک نمایی مدل کرد یا با نقطه‌دادن با ثابت مدلسازی. }

$E_x = E_{FD}$: در Dc

$E_x = v_f$: در Ac

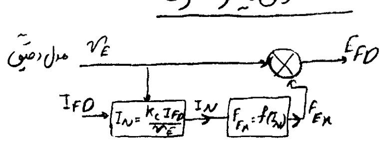
{ عکس‌العمل آرمیچر در Ac هم ... }

2) مدلسازی یکسوسازها:

ساده‌ترین مدل: $v_E \rightarrow \boxed{K_Y} \rightarrow E_{FD}$

مدل با تأخیر: $v_E \rightarrow \boxed{\frac{K_Y}{1+sT_Y}} \rightarrow E_{FD}$

مدل دقیق:

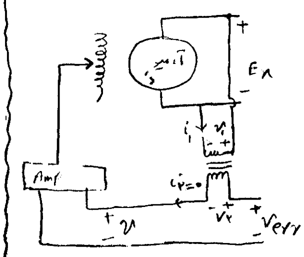


$$E_{FD} = F_{EX} V_E, \quad F_{EX} = f(I_N), \quad I_N = \frac{K_C I_{FD}}{V_E}$$

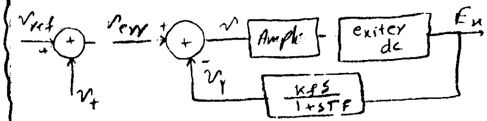
$$f(I_N) = \begin{cases} 1 - 0.577 I_N & I_N \leq 0.433 \\ \sqrt{0.75 - I_N^2} & 0.433 \leq I_N \leq 0.75 \\ 1.732(1 - I_N) & 0.75 \leq I_N \leq 1 \end{cases}$$

دینامیک ۷

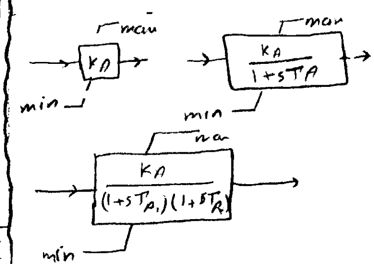
۳) مدار پایدارساز سیستم تحریک:



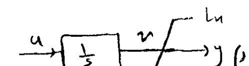
$$\begin{cases} V_1=(R_1+L_1 s)\,i_1 \\ V_2=sM\,i_1 \end{cases} \Longrightarrow \frac{V_2}{V_1}=\frac{sM}{R_1+L_1 s}=\frac{K_f s}{1+T_f s}$$



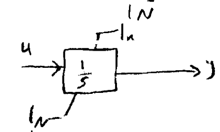
۴) مدلسازی تقویت کننده



۵) حد خارج و روی بلوک:



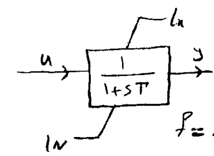
(v محدود نیست، y محدود است)



$$\begin{cases} L_N<y<L_X \Rightarrow \frac{dy}{dt}=u \\ y\geq L_X \ \text{و}\ \frac{dy}{dt}>0 \Longrightarrow \frac{dy}{dt}=0 ,\ y=L_X \\ y\leq L_N \ \text{و}\ \frac{dy}{dt}<0 \Longrightarrow \frac{dy}{dt}=0 ,\ y=L_N \end{cases}$$

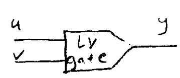
(نتیجه اول هستند)

(دیگر u معتبر برای $\frac{dy}{dt}$ نیست)



$$f=\frac{u-y}{T} \Rightarrow \begin{cases} L_N<y<L_X \Rightarrow \frac{dy}{dt}=f \\ y\geq L_X \ \text{و}\ f>0 \Longrightarrow \frac{dy}{dt}=0 ,\ y=L_X \\ y\leq L_N \ \text{و}\ f<0 \Longrightarrow \frac{dy}{dt}=0 ,\ y=L_N \end{cases}$$

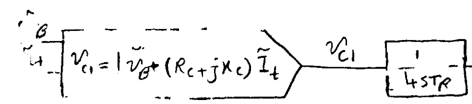
۶) توابع فرمان:



$$\begin{cases} u>v \Rightarrow y=v \\ u\leq v \Rightarrow y=u \end{cases}$$

$$\begin{cases} u\geq v \Rightarrow y=u \\ u<v \Rightarrow y=v \end{cases}$$

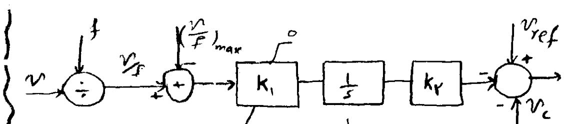
۷) جبرانسازی بار:



$$V_{C1}=\left|\bar{V}_t+(R_c+jX_c)\bar{I}_t\right|$$

T_R: برای زمان فیلترکردن و یکسوسازی ولتاژ پایانه

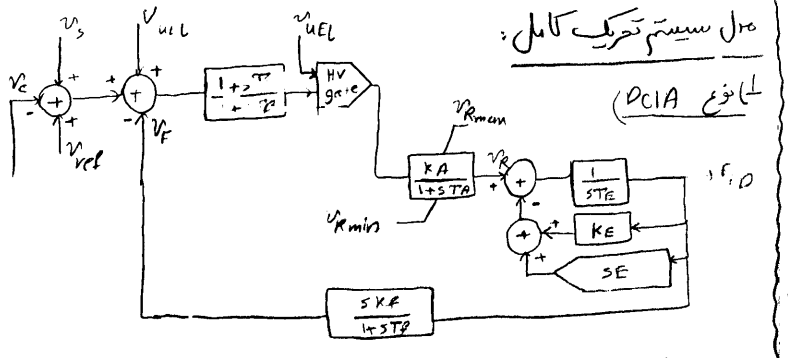
۸) محدودکننده $\frac{V}{f}$:



هر چه بزرگتر سریعتر

مدل سیستم تحریک کامل:

۱) نوع DC1A



V_s: سیگنال pss

V_{ref}: ولتاژ مبنا

V_{UEL}: محدودکننده زیر تحریک

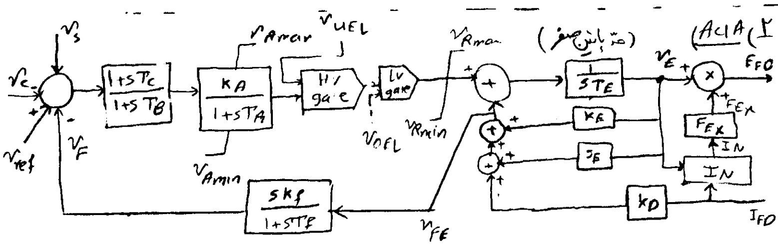
V_A: خروجی یکسوساز / جبرانساز

V_F: پایدارساز سیستم تحریک

V_R: خروجی امپلیدین

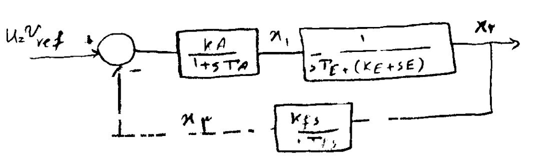
این مدل از نوع جریان مستقیم است.

۲) AC1A (متناوب صفر)



که واضح است.

پیاده سازی سیستم‌های تحریک با فضای حالت (خطی):



$$\begin{cases} x_1=\frac{K_A}{1+sT_A}(u-x_3) \\ x_2=\frac{1}{sT_E+(K_E+S_E)}\,x_1 \\ x_3=\frac{K_f s}{1+T_f s}\,x_2 \end{cases}$$

با مرتب‌سازی داریم که:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\frac{1}{T_A} & 0 & -\frac{K_A}{T_A} \\ \frac{1}{T_E} & -\frac{K_E+S_E}{T_E} & 0 \\ \frac{K_f}{T_f T_E} & -\frac{K_f(K_E+S_E)}{T_f T_E} & -\frac{1}{T_f} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \frac{K_A}{T_A} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}u$$

دینامیک ۵

مدلسازی انواع توربین:

۱) توربین بخار:

الف) مخزن بخار:

$$\begin{cases} q_1 - q_2 = \dfrac{dw}{dt} \\ W = V\rho \\ q_2 = \dfrac{q_0}{P_0} P \\ \dfrac{d\rho}{dt} = \dfrac{dP}{dt}\dfrac{d\rho}{dP} \end{cases}$$

q: جریان جرم بخار
P: فشار بخار
V: حجم محفظه
ρ: چگالی بخار
W: جرم بخار

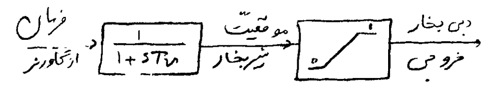
اندیس ① ورودی
اندیس ⓪ مقدار اولیه

$$q_1 - q_2 = T_t \frac{dq_2}{dt} \quad , \quad T_t = \frac{P_0}{Q_0} V \frac{d\rho}{dP} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{1+T_t s}$$

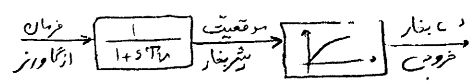
ب) شیر:

شیرمیانی برای اینست که درصورت قطع توربین شیر اصلی را می‌بندیم ولی هنوز بخار در لوله‌های میانی است. پس شیرمیانی را هم می‌بندیم.

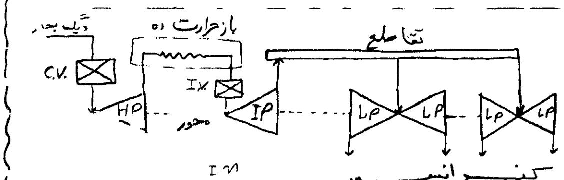
مدل ساده:

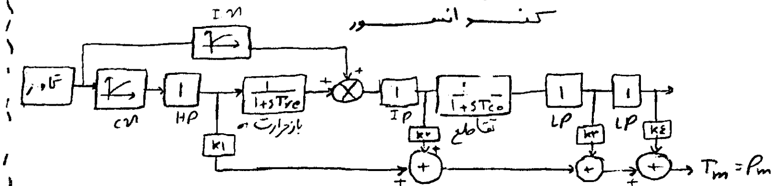


مدل دقیق‌تر:



ج) مدل کلی:



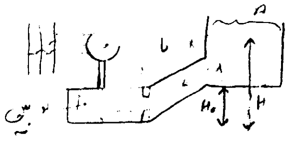


$K_1+K_2+K_3+K_4=1$: K ها درصد نقش توربین در P_m

۲) گاورنر: در آب بحث می‌شود که عین هم هستند.

---

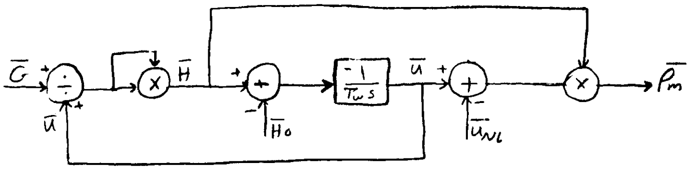
۲) توربین آبی:



U سرعت آب
G موقعیت دریچه
P_m توان مکانیکی
A سطح مقطع

مدل غیرخطی:

$$\begin{cases} U = K_1 G \sqrt{H} \\ P_m = K_2 H (U - U_{NL}) \\ (\rho L A)\dfrac{dU}{dt} = (A\rho g)(H - H_0) \end{cases} \xrightarrow{\text{پریونیت}} \begin{cases} \bar{U} = \bar{G}\sqrt{\bar{H}} \\ \bar{P}_m = \bar{H}(\bar{U} - \bar{U}_{NL}) \\ \dfrac{d\bar{U}}{dt} = -\dfrac{1}{T_w}(\bar{H} - \bar{H}_0) \\ T_w = \dfrac{L U_0}{H_0 g} \end{cases}$$



مدل خطی:

$$\begin{cases} \Delta\bar{U} = \frac{1}{2}\Delta\bar{H} + \Delta G \\ \Delta P_m = \Delta\bar{H} + \Delta\bar{U} \\ \dfrac{d\Delta U}{dt} = -\dfrac{1}{T_w}\Delta\bar{H} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \dfrac{\Delta\bar{U}}{\Delta G} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}T_w s} \\ \dfrac{\Delta P_m}{\Delta G} = \dfrac{1-T_w s}{1+\frac{T_w}{2}s} \end{cases}$$

ضربه‌گیر و خاصیت ارتجاعی: حوضچه ...

به جای $\frac{1}{T_w s}$ مقدار روبرو را می‌گذاریم:

$$F(s) = -\frac{1+\frac{F_1(s)}{Z_p}\, tgh(T_{ep} s)}{Z_p + F_1(s) + Z_p\, tgh(T_{ep} s)}$$

اگر فقط خاصیت ارتجاعی آب باشد، $F_1(s)$ که در آن:

$$F_1(s) = \frac{\phi_c + s T_{wc}}{1 + s T_s \phi_c + s^2 T_{wc} T_s}$$

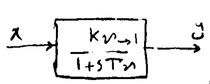
$Z_p = \frac{T_{wp}}{T_{ep}}$ ، $T_{ep} = \frac{L}{a}$
L: طول کانال
a: سرعت موج در آب

ϕ_p: ضریب اصطکاک هد و کانال
ϕ_c: ضریب اصطکاک تونل
T_{wc}: زمان شروع آب تونل
T_s: زمان بالا بردن مخزن ضربه‌گیر (نوسان تا بالا رفتن تانک)

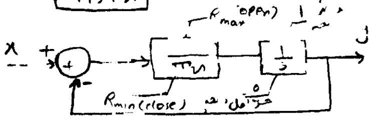
و

Z_p: امپدانس ... کانال
T_{ep}: زمان ارتجاعی کانال
T_{wp}: زمان شروع آب مربوط به کانال در بار نامی

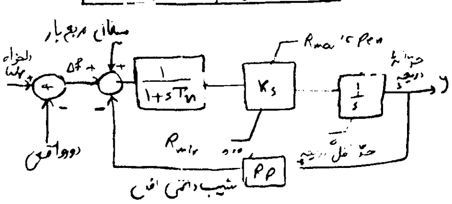
گاورنر:



۱) سروومکانیزم:

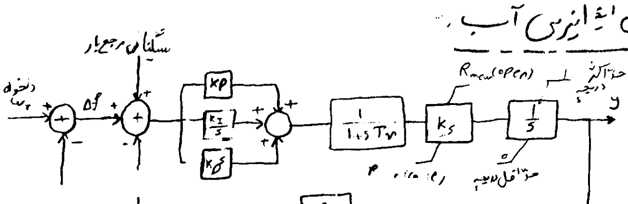


R_p: یک فیدبک مصنوعی که سهم هر واحد را در تامین بار تعیین می‌کند

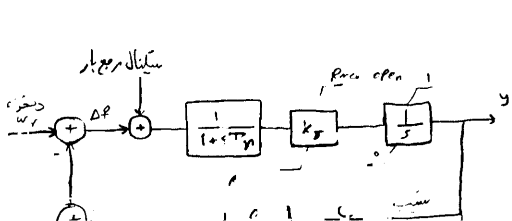


برای از بین بردن اثر اینرسی آب:

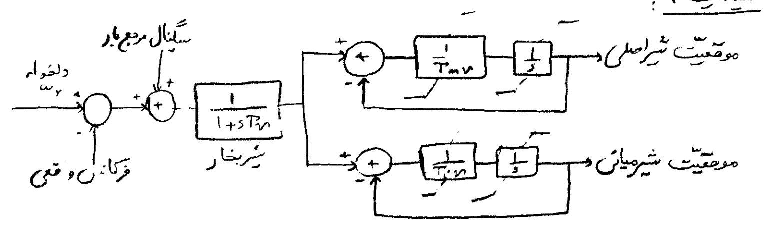
راه اول: PID کنترلر.



راه دوم:
مشتق‌گیر تغییرات شیر را دفع می‌کند پس در لحظات اول آن را نمی‌بندد

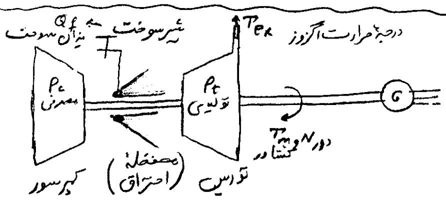


دینامیک ۹ :



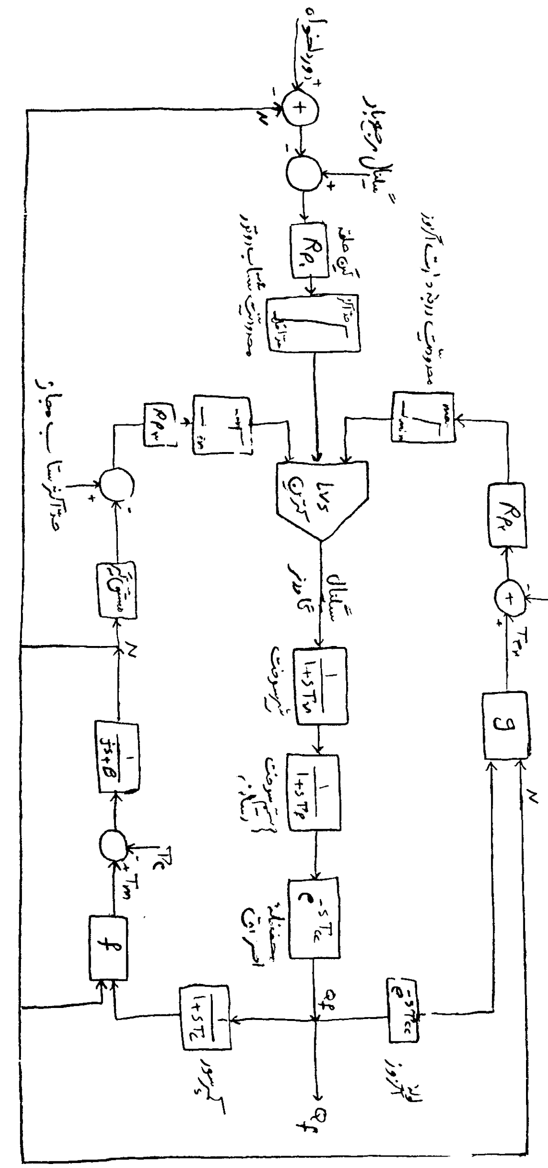
یک نمونه برای توربین بخار

توربین گازی :



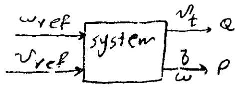
$$\begin{cases} P_m = P_t - P_c \\ T_m = T_t - T_c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_m = f(Q_f, N) \\ T_{ex} = g(Q_f, N) \end{cases}$$

که بلوک دیاگرامی به صورت زیر دارد :



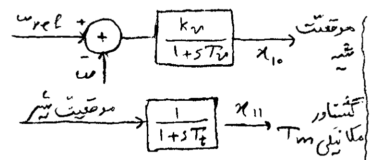
دینامیک ...:

مدل توربوژنراتور (مدل ساده)

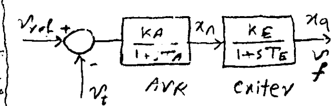


گاورنر:

توربین:



A.I.R



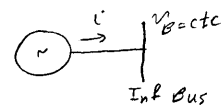
$$
x=\begin{bmatrix}\delta\\ \dot{\delta}\\ \omega_0\phi_d\\ \omega_0\phi_f\\ \omega_0\phi_D\\ \omega_0\phi_q\\ \omega_0\phi_Q\\ x_A\\ v_f\\ x_{10}\\ T_m\end{bmatrix},\quad
\begin{cases}
\dot{\delta}=\dot{\delta}\\
\ddot{\delta}=-B/J\,\dot{\delta}+1/J\,T_e-1/J\,T_m\\
\omega_0\dot{\phi}_d=\omega_0 v_{td}-\omega(\omega_0\phi_q)-\omega_0 r i_d\\
\omega_0\dot{\phi}_f=\omega_0 v_f-\omega_0 r_f i_f\\
\omega_0\dot{\phi}_D=-\omega_0 r_D i_D\\
\omega_0\dot{\phi}_q=\omega_0 v_{tq}+\omega(\omega_0\phi_q)-\omega_0 r i_q\\
\omega_0\dot{\phi}_Q=-\omega_0 r_Q i_Q\\
\dot{x}_A=-1/T_A*[x_A-K_A v_{ref}+K_A v_t]\\
\dot{v}_f=K_E/T_E*x_A-1/T_E*v_f\\
\dot{x}_{10}=-1/T_v*x_{10}+k_v/T_v*\omega_{ref}-k_v/T_v*\omega\\
\dot{T}_m=-1/T_t*T_m+1/T_t*x_{10}
\end{cases}\Longrightarrow
$$

در عبارات بالا v_{td} و v_{tq} و T_e نامعلوم است.

$$
\begin{cases}
\dot{x}=Ax+B(u)+N(x)\\
\begin{bmatrix}x_3\\x_4\\x_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_d & x_{md} & x_{md}\\ x_{md} & x_f & x_{md}\\ x_{md} & x_{md} & x_D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_d\\i_f\\i_D\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}x_6\\x_7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_q & x_{mq}\\ x_{mq} & x_Q\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_q\\i_Q\end{bmatrix},\quad \omega=\omega
\end{cases}
$$

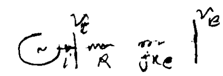
در مورد ولتاژ چند حالت: (برای استاد باید برعکس شود.)

۱) شبکه ∞:



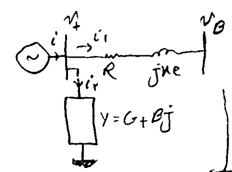
$$
\begin{cases}v_{td}=v_B\sin\delta\\ v_{tq}=v_B\cos\delta\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}v_{td}\\v_{tq}\end{bmatrix}=v_B\begin{bmatrix}\sin\delta\\ \cos\delta\end{bmatrix}
$$

۲) شین ∞:



$$
v_t=(R+jx_e)i+v_B\Longrightarrow\begin{bmatrix}v_{td}\\v_{tq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R & -x_e\\ x_e & R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_d\\i_q\end{bmatrix}+v_B\begin{bmatrix}\sin\delta\\ \cos\delta\end{bmatrix}
$$

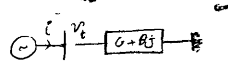
۳) شین ∞ و بار محلی:



$$
i=i_d+ji_q=\frac{v_t-v_B}{R+jx_e}+v_t(G+Bj)\Rightarrow
$$

$$
\begin{bmatrix}R & -x_e\\ x_e & R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_d\\i_q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_1 & -c_2\\ c_2 & c_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{td}\\v_{tq}\end{bmatrix}-v_B\begin{bmatrix}\sin\delta\\ \cos\delta\end{bmatrix},\quad\begin{cases}c_1=1+RG-x_eB\\ c_2=x_eG+RB\end{cases}
$$

۴) فقط بار محلی:



$$
\begin{bmatrix}i_d\\i_q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}G & -B\\ B & G\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{td}\\v_{tq}\end{bmatrix}
$$

از معادلات بالا و $\sqrt{v_{td}^2+v_{tq}^2}$ v_t عبارات بدست می آید. حال T_e:

$T_e=\frac{1}{2}(v_{td}i_d+v_{tq}i_q)\Longrightarrow$ که همه مقادیر معلوم است؟

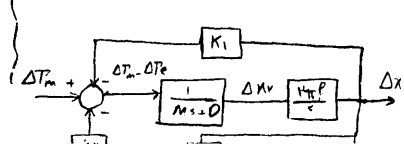
مدل خطی سیستم تک ماشین: (مدل ۷)

$$
\begin{cases}
\dot{x}_2=\frac{1}{m}(T_m-T_e-Dx_2)\\
\dot{x}_1=\omega_b(x_2-1)\\
\dot{x}_3=\frac{1}{T'_{do}}[E_{FD}-x_3+(x_d-x'_d)i_d]
\end{cases},\quad
\begin{cases}
T_e=v_{td}i_d+v_{tq}i_q\\
v_{td}=x_qi_q\\
v_{tq}=x_3-x'_di_d
\end{cases}
$$

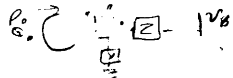
و با توجه به رابطه ۳ در بالا و این روابط

$$
\begin{cases}
\Delta i_d=y_d\Delta x_3+F_d\Delta x_1\\
\Delta i_q=y_q\Delta x_3+F_q\Delta x_1\\
\Delta T_e=K_1\Delta x_1+K_2\Delta x_3\\
\Delta v_t=K_5\Delta x_1+K_6\Delta x_3
\end{cases},\quad
\begin{cases}
\Delta\dot{x}_1=2\pi f\Delta x_2\\
\Delta\dot{x}_2=\frac{1}{m}(\Delta T_m-\Delta T_e-D\Delta x_2)\\
\Delta\dot{x}_3=\frac{1}{T'_{do}}(\Delta E_{FD}-\Delta x_3+(x'_d-x_d)\Delta i_d)
\end{cases}\Longrightarrow
$$

$$
\begin{cases}
(1+sT'_{do}K_3)\Delta x_3=K_3(\Delta E_{FD}-K_4\Delta x_1)\\
\Delta x_2=\frac{1}{ms}[-D\Delta x_2+\Delta T_m-\Delta T_e]
\end{cases}\Rightarrow
\begin{cases}
\Delta x_3=\frac{K_3}{1+sT'_{do}K_3}(\Delta E_{FD}-K_4\Delta x_1)\\
\Delta x_2=\frac{\Delta T_m-\Delta T_e}{ms+D}
\end{cases}
$$



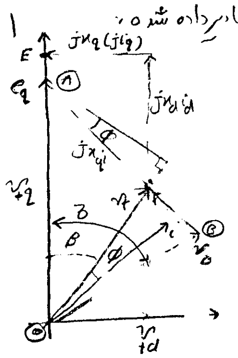
محاسبه حالات مانا



مقادیر داده شده: P_0 و Q_0 و $|v_t|$

$$
|I_0|=\frac{\sqrt{P_0^2+Q_0^2}}{|v_{t0}|},\quad \phi_0=tg^{-1}\left(\frac{Q_0}{P_0}\right)
$$

$$
tg\beta=\frac{x_q|I_0|\cos\phi_0}{|v_{t0}|+x_q|I_0|\sin\phi_0}
$$



$$
\begin{cases}v_{td}=|v_{t0}|\sin\beta_0,\quad v_{tq}=|v_{t0}|\cos\beta_0\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}I_q=|I_0|\sin(\beta_0+\phi_0),\quad I_d=|I_0|\cos(\beta_0+\phi_0)\end{cases}
$$

$\begin{cases}v_B, \delta\end{cases}$ از رابطه ۳ سطر قبل $\Rightarrow$

همه چیز معلوم است. حال برای state ها

$$
\begin{cases}\dot{x}_3=0\Rightarrow E_{FD0}=x_{30}+(x_d-x'_d)i_{d0}\\ T_{e0}=v_{d0}i_{d0}+v_{q0}i_{q0}\end{cases},\quad\begin{cases}v_{tq0}=x_{30}-x'_di_{d0}\\ \dot{x}_2=0\Rightarrow T_{m0}=T_{e0}\end{cases}\Rightarrow x_{30}=v_{tq0}+x'_di_{d0}
$$

با state ها را می توان حساب کرد.

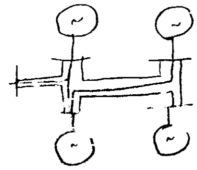
در حالت با مقاومت

$$
tg\beta=\frac{x_q|I_0|\cos\phi_0-R_a|I_0|\sin\phi_0}{E_t+R_a|I_0|\cos\phi_0+x_q|I_0|\sin\phi_0}
$$

دینامیک ۳:

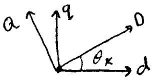
چند ماشینه با بارمحلی:

۱) شین بارهای توان حذف کرد، برای امپدانس مدل شود:



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \\ I_{n+1} \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \\ V_{n+1} \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_n = [Y_{11}]V_n + [Y_{12}]V_2 \quad \text{و} \quad 0 = [Y_{21}]V_n + [Y_{22}]V_2 \\ I_n = \underbrace{\{[Y_{11}] - [Y_{12}][Y_{22}]^{-1}[Y_{21}]\}}_{Y_{nn}} V_n \Rightarrow I_n = [Y_{nn}]V_n \end{cases}$$

مهم بدست آوردن یک رابطه مختلط،



D, Q محور مرجع و d, q محور مشترک:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \cos\theta_k & \sin\theta_k \\ -\sin\theta_k & \cos\theta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \end{bmatrix}_k \rightarrow$$

$$I_{dq} = \begin{bmatrix} I_{d1} \\ I_{q1} \\ I_{d2} \\ I_{q2} \\ \vdots \\ I_{dn} \\ I_{qn} \end{bmatrix}, \quad I_{DQ} = \begin{bmatrix} i_{D1} \\ i_{Q1} \\ i_{D2} \\ i_{Q2} \\ \vdots \\ i_{Dn} \\ i_{Qn} \end{bmatrix}, \quad V_{dq} = \begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{q1} \\ V_{d2} \\ V_{q2} \\ \vdots \\ V_{dn} \\ V_{qn} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad V_{DQ} = \begin{bmatrix} V_{D1} \\ V_{Q1} \\ V_{D2} \\ V_{Q2} \\ \vdots \\ V_{Dn} \\ V_{Qn} \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & \\ -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & \\ & & \ddots \\ & 0 & \end{bmatrix}$$

قطری

$$\begin{cases} V_{dq} = [T] \times V_{DQ} \\ I_{dq} = [T] \times I_{DQ} \\ I_{DQ} = [Y_{DQ}] \times V_{DQ} \end{cases}, \quad \begin{bmatrix} I_D \\ I_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_{dq} = [Y_{dq}] V_{dq} \\ [Y_{dq}] = [T][Y_{DQ}][T]^{-1} \end{cases}$$

$$Y_{DQ} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11} & -B_{11} \\ B_{11} & G_{11} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} G_{12} & -B_{12} \\ B_{12} & G_{12} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} G_{1n} & -B_{1n} \\ B_{1n} & G_{1n} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} G_{n1} & -B_{n1} \\ B_{n1} & G_{n1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} G_{n2} & -B_{n2} \\ B_{n2} & G_{n2} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} G_{nn} & -B_{nn} \\ B_{nn} & G_{nn} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$G + jB$ (است Y_{ij} ماتریس ادمیتانس)

حل مدل درجه ۷ چند ماشینه:

با این اطلاعات معادلات n ماشینه را می توان حل کرد.

۱) معادلات دیفرانسیل هر ماشین را حل کنیم.

۲) I_d و I_q را از هر ماشین با استفاده از شارها حساب کنیم.

۳) θ_k را برای هر ماشین حساب کرده و با استفاده از $[T]$، حاصل $[Y_{DQ}]$ را حساب می کنیم.

۴) $[Z_{dq}]$ را حساب می کنیم.

۵) $V_{dq} = [Z_{dq}] i_{dq}$

۶) $T_{ek} = V_{dk} i_{dk} + V_{qk} i_{qk}$

۷) $V_{tk} = \sqrt{V_{dk}^2 + V_{qk}^2}$

حل مدل درجه ۵ چند ماشینه:

یعنی از $\frac{d\phi_d}{dt}$ و $\frac{d\phi_q}{dt}$ و ω صرفنظر شود. (یعنی ω درنظر رفته شود برای ولتاژها.)

$$\begin{cases} V_d = -\omega_0 \phi_q \\ V_q = \omega_0 \phi_d \end{cases} \Longleftarrow \text{state ۲ بس}$$

کمتر و متغیر اینها را نداریم.

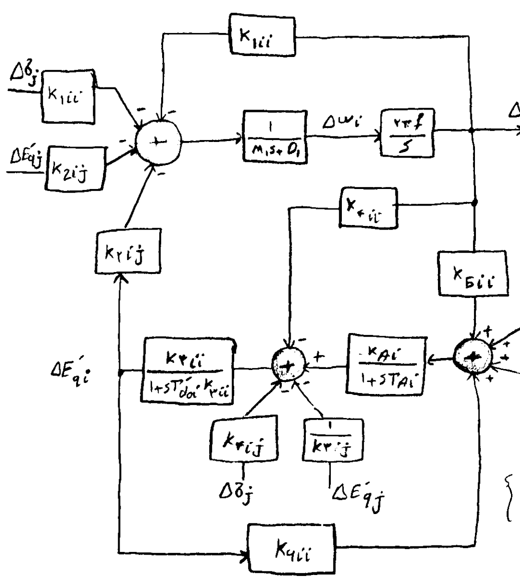
$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_0 \phi_d \\ \omega_0 \phi_q \end{bmatrix}_k \quad \text{و} \quad \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} y_{1d} & 0 \\ 0 & y_{1q} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \omega_0 \phi_d \\ \omega_0 \phi_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{2d} & y_{4d} & 0 \\ 0 & 0 & y_{3q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_0 \phi_f \\ \omega_0 \phi_D \\ \omega_0 \phi_Q \end{bmatrix}$$

$$W_{dq} = \begin{bmatrix} \omega_0 \phi_{d1} \\ \omega_0 \phi_{q1} \\ \vdots \\ \omega_0 \phi_{dn} \\ \omega_0 \phi_{qn} \end{bmatrix}, \quad [u] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1d1} & 0 \\ 0 & y_{1q1} \end{bmatrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{bmatrix} y_{1dn} & 0 \\ 0 & y_{1qn} \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad [V] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{2d1} & y_{4d1} & 0 \\ 0 & 0 & y_{3q1} \end{bmatrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{bmatrix} y_{2dn} & y_{4dn} & 0 \\ 0 & 0 & y_{3qn} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\rho = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_0 \phi_{f1} \\ \omega_0 \phi_{D1} \\ \omega_0 \phi_{Q1} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \omega_0 \phi_{fn} \\ \omega_0 \phi_{Dn} \\ \omega_0 \phi_{Qn} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_{dq} = \rho \cdot W_{dq} \\ I_{dq} = [u] W_{dq} + [V] X \\ I_{dq} = [Y_{dq}] \times V_{dq} \end{cases}$$

$$I_{dq} = \{[I] - [u]\rho^{-1}[Z_{dq}]\}^{-1} \times [V] X \Longrightarrow V_{dq} \text{ بدست می آید}$$

مدل خطی چند ماشینه (مدل درجه ۳ کتاب ۱۱)



$$\Delta e_q = \Delta E_q$$

δ_i زاویه q ماشین با DQ (محور D)

$$\begin{cases} \bar{E}'_{qi} = E'_{qi} e^{j(90 - \delta_i)} \\ \bar{I}_q = I_q e^{j(90 - \delta_i)} \end{cases}$$

(مبنای فازور DQ)

$$\begin{cases} \bar{V}_i = E'_{qi} e^{j(90 - \delta_i)} - j x'_{di} \bar{I}_i + (x_{qi} - x'_{di}) I_{qi} e^{-j\delta_i} \Longrightarrow \\ [\bar{V}] = [e^{j(90 - \delta)}][E_q] - j[x'_d][\bar{I}] + [x_q - x'_d][e^{-j\delta}][I_q] \rightarrow \text{همه قطری هستند} \\ [\bar{I}] = [Y_t][\bar{V}] \Longrightarrow \begin{cases} [\bar{I}] = [Y]\{[e^{j(90 - \delta)}][E_q] + [x_q - x'_d][e^{-j\delta}][I_q]\} \\ [Y] = [[Y_t]^{-1} + j[x'_d]]^{-1} \end{cases} \Longrightarrow \end{cases}$$

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} [e^{j(90 - \delta_j)} E'_{qj} + (x_{qj} - x'_{dj}) e^{-j\delta_j} I_{qj}] \Rightarrow \text{برای بردن در محور متناسب } d\text{-}q$$

$$\begin{cases} \bar{i}_i = \bar{I}_i e^{j\delta_i} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} [e^{j(\beta_{ij} + \delta_{ij} + 90)} E'_{qj} + (x_{qj} - x'_{dj}) e^{j(\beta_{ij} + \delta_{ij})} I_{dj}] \\ \bar{Y}_{ij} = Y_{ij} e^{j\beta_{ij}} \quad \text{و} \quad \delta_{ij} = \delta_i - \delta_j \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} i_{di} = \mathrm{Re}(\bar{i}_i) = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} [-S_{ij} E'_{qj} + (x_{qi} - x'_{di}) C_{ij} I_{qj}] \\ i_{qi} = \mathrm{Im}(\bar{i}_i) = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} [C_{ij} E'_{qj} + (x_{qi} - x'_{di}) S_{ij} I_{qj}] \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} C_{ij} = \cos(\beta_{ij} + \delta_{ij}) \\ S_{ij} = \sin(\beta_{ij} + \delta_{ij}) \end{cases}$$

$\Delta \bar{i}_i = \Delta I_{di} + j \Delta I_{qi}$ تعریف می کنیم:

$$\begin{cases} [\Delta I_d] = [P_d][\Delta\delta] + [Q_d][\Delta E'_q] + [M_d][\Delta I_q] \\ [L_q][\Delta I_q] = [P_q][\Delta\delta] + [Q_d][\Delta E'_q] \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} P_{dij} = -Y_{ij}[C_{ij} E'_{qj} + (x_{qj} - x'_{dj}) S_{ij} I_{qj}], \ i \neq j \quad \text{و} \quad P_{dii} = -\sum_{i \neq j} P_{dij} \\ P_{qij} = -Y_{ij}[S_{ij} E'_{qj} - (x_{qj} - x'_{dj}) C_{ij} I_{qj}], \ j \neq i \quad \text{و} \quad P_{qii} = -\sum_{i \neq j} P_{qij} \\ Q_{dij} = -Y_{ij} S_{ij} \quad \text{و} \quad Q_{qij} = Y_{ij} C_{ij} \\ L_{qij} = -Y_{ij}(x_{qi} - x'_{di}) S_{ij} \quad \text{و} \quad L_{qii} = 1 - Y_{ii}(x_{qi} - x'_{di}) S_{ii} \\ M_{dij} = Y_{ij}(x_{qj} - x'_{dj}) C_{ij} \end{cases}$$

از حل (1):

$$\begin{cases} \Delta I_d = [Y_d][\Delta E'_q] + [F_d][\Delta\delta] \\ \Delta I_q = [Y_q][\Delta E'_q] + [F_q][\Delta\delta] \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} [Y_d] = [Q_d] + [M_d][Y_q] \\ [Y_q] = [L_q]^{-1}[Q_q] \\ [F_d] = [P_d] + [M_d][F_q] \\ [F_q] = [L_q]^{-1}[P_q] \end{cases}$$

$$T_{ei} = \mathrm{Re}(\bar{I}_i^* \bar{V}_i) = I_{qi} E'_{qi} + I_{qi}(x_{qi} - x'_{di}) I_{di} \quad \text{(از رابطه های بالا)}$$

$$\begin{cases} \Delta T_e = [I_{q0}]^T [\Delta E'_q] + [I_{q0}]^T [x_q - x'_d][\Delta I_d] + [E'_{q0}]^T [\Delta I_q] + [I_{d0}]^T [x_q - x'_d][\Delta I_q] \\ \Delta T_e = [K_1][\Delta\delta] + [K_2][\Delta E'_q] \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_{1ij} = D_t F_{dij} + Q_t F_{qij} \\ K_{2ii} = D_t Y_{dii} + Q_t Y_{qii} + I_{qi0} \end{cases}, \quad \begin{cases} K_{1ij} = D_t F_{dij} + Q_t F_{qij} \\ K_{2ij} = D_t Y_{dij} + Q_t Y_{dij} \end{cases}, \quad \begin{cases} D_t = (x_{qi} - x'_{di}) I_{qi0} \\ Q_t = (x_{qi} - x'_{di}) I_{di0} + E'_{qi0} \end{cases}$$

$$[[1] + s[T'_{d0}]][\Delta E'_q] = [\Delta E_{FD}] - [x_d - x'_d][\Delta I_d] \Longrightarrow$$

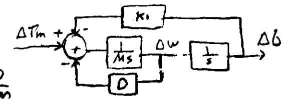
$$[[1] + [x_d - x'_d][Y_d] + s[T'_{d0}]][\Delta E'_q] = [\Delta E_{FD}] - [x_d - x'_d][F_d][\Delta\delta] \Longrightarrow$$

$$[1 + s T'_{d0i} K_{3ii}] \Delta E'_{qi} = K_{3ii} [\Delta E_{FDi} - \sum_{j \neq i}^{n} \frac{1}{K_{3ij}} \Delta E'_{qj} - \sum_{j \neq i} K_{4ij} \Delta\delta_j] \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} K_{3ii} = [1 + [x_{di} - x'_{di}] Y_{dii}]^{-1}, \quad K_{3ij} = [[x_{di} - x'_{di}] Y_{dij}]^{-1} \\ K_{4ii} = [x_{di} - x'_{di}][F_{dii}] \quad \text{و} \quad K_{4ij} = [x_{di} - x'_{di}][F_{dij}] \end{cases}$$

$$\{[\Delta V_d] = [x_q][\Delta I_q] \ldots$$

دینامیک ۱۲ : LFO



$$\equiv \quad \Delta T_m \rightarrow \boxed{\frac{1}{Ms^2+Ds+K_1}} \rightarrow \Delta\delta$$

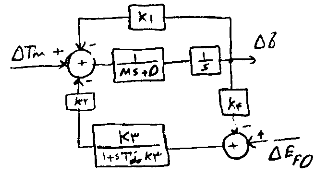
صرف‌نظر از تأثیر $K_2\Delta e_q'$:

$$\begin{cases} \xi\omega_n = \frac{D}{2M} \\ \omega_n=\sqrt{\frac{K_1}{M}} \ , \ \xi = \frac{D}{2\sqrt{K_1 \cdot M}} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} D\cdot\Delta\omega : & \text{گشتاور میرا کننده} \\ K_1\times\Delta\delta : & \text{گشتاور سنکرون کننده} \end{cases}$$

۱) K_1 و M ثابت : هرچه D بزرگتر شود بهتر است. ولی تلفات زیاد شده و از (باشین) آید و از جهتی D معمولاً کوچک است. پس نوسان داریم.

۲) D و M ثابت : هرچه $K_1\uparrow$ پس $\%OV\uparrow$ چون $\xi\omega_n = cte$. پس K_1 لازم است ولی نباید خیلی زیاد باشند. چون نبودش ناپایداری کند. یعنی انتگرال گیر و (۱۹۱۹) بله ناپایدار می شود.

قسمت الکتریکی بدون AVR :



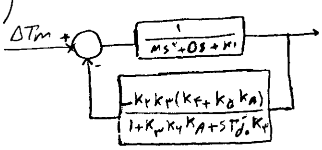
باید مثبت باشد : $(K_1 - K_2K_3K_4)\Delta\delta$: گشتاور سنکرون کننده

$$\equiv \Delta T_m \rightarrow \boxed{\frac{1+sT'_{do}K_3}{(Ms^2+Ds+K_1)(1+sT'_{do}K_3)-K_2K_3K_4}} \rightarrow \Delta\delta$$

{ در شکل قبل $\alpha_3 = -\frac{1}{T'_{do}K_3}$ که صرف‌نظر می‌شود. چون خیلی دور است. از جهتی K_1 و K_2 و K_3 و K_4 همگی مثبت هستند. پس دینامیک میدان تحریک روی Lfo اثر مثبت دارد.

تأثیر A روی Lfo :

(برای سادگی $T_A \approx 0$)

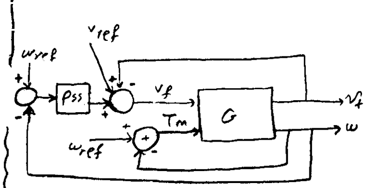


قطب : $\alpha_3 = -\frac{1+K_3K_4K_A}{T'_{do}K_3}$

و ضریب K : $K = -K_2K_3(K_4+K_5K_A)$

{ چون K_5 منفی است و K_A معمولاً بزرگ است پس کار اینجا خراب شد. چون K منفی بزرگ خوب بود.

تأثیر PSS :



PSS برای از بین بردن اثر بد AVR است.

روشهای طراحی
{ ۱) کلاسیک
۲) جایابی قطب
۳) کنترل بهینه

انتخاب ژنراتور مناسب برای PSS در یک سیستم چندماشینه :

یک PSS برای یکی کافی است و برای همه لزومی ندارد.

روشهای مختلف :

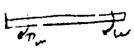
{ ۱) سعی و خطا
۲) ایجاد خطا و انتخاب ژنراتوری که نوسانات فرکانسی بیشتری دارد.
۳) ژنراتوری که قطب غالب دارد.
۴) ژنراتوری که قطب غالب آن نسبت به پارامترهای آن (گین AVR) حساستر است.

S.S.R

مقدمه :

{ خط طولانی ← راکتانس $\uparrow$ ← $Q\uparrow$ (محدود) ← $I\uparrow$ (محدود) ← توان انتقالی $\uparrow$ (محدود) از بین روی (Lfo)
خازن گذاشتند. ولی S.S.R آورد.

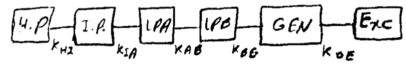
{ اینگونه است که چون ژنراتورها مجموعه‌ای از مدلهای مکانیکی سلفها و مقاومتها و خازنها هستند فرکانس تشدید دارند. با تشدید یکی از فرکانسها باعث می شود که دامنه جریان پس T_e پس T_m بالا برود و نوسانات بیاید و وقتی که چند ژنراتور داشته باشیم مثل HP و IP و LP .



روشهای جلوگیری از S.S.R :

{ ۱) دقت در ساخت.
۲) ساخت فیلترهای قدرت.
۳) طراحی PSS با توجه به مدهای پیچشی

دینامیک ۱۳:



مدل کتاب ۷ برای S.S.R

۱) مدل روتور: (۱۲)

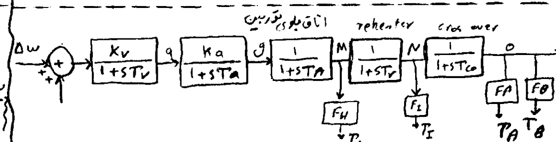
$$\begin{cases}\dot{\omega}_H = \frac{1}{J_H}\left[T_H - B_H\cdot\omega_H - K_{HI}(\theta_H-\theta_I)\right]\\ \dot{\omega}_I = \frac{1}{J_I}\left[T_I - B_I\omega_I - K_{HI}(\theta_I-\theta_H) - K_{IA}(\theta_I-\theta_A)\right]\\ \dot{\omega}_A = \frac{1}{J_A}\left[T_A - B_A\omega_A - K_{IA}(\theta_A-\theta_I) - K_{AB}(\theta_A-\theta_B)\right]\\ \dot{\omega}_B = \frac{1}{J_B}\left[T_B - B_B\omega_B - K_{AB}(\theta_B-\theta_A) - K_{BG}(\theta_B-\theta_G)\right]\\ \dot{\omega}_G = \frac{1}{J_G}\left[-T_e - B_G\omega_G - K_{GB}(\theta_G-\theta_B) - K_{GE}(\theta_G-\theta_E)\right]\\ \dot{\omega}_E = \frac{1}{J_E}\left[0 - B_E\omega_E - K_{GE}(\theta_E-\theta_G)\right]\\ \dot{\theta}_H=\omega_H ,\ \dot{\theta}_I=\omega_I ,\ \dot{\theta}_A=\omega_A ,\ \dot{\theta}_B=\omega_B ,\ \dot{\theta}_G=\omega_G ,\ \dot{\theta}_E=\omega_E\\ T_m = T_H+T_I+T_A+T_B\end{cases}$$

به جای ۲ معادله اول روتور، این ۱۲ معادله و ۱ معادله کلی می‌آید.

در کتاب ۷ { D داریم و $J\to M$ ، $\dot{\theta}=\omega_b(\omega-1)$ } ⇐ همه خطی شوند.

---

۲) مدل گاورنر: (۵)



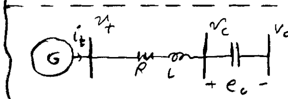
co: cross over {تقاطع}

r: reheater

A: دیگ بخار ، g: بازشدگی شیر بخار ، a: سرعت گاورنر

---

۳) مدلسازی خط انتقال: (۲)



$$\begin{cases}[C]=C[U]\\ [R]=R[U]\\ [L]=L[U]\end{cases}$$

{ R و L و C ماتریسهای عددی همان هستند. P همان ماتریس تبدیل انتقال است. }

$$\begin{cases}[i]_{abc} = P[C][e_c]_{abc}\\ [V_t]_{abc} = [R+PL][i]_{abc} + [e_c]_{abc} + [v_o]_{abc}\end{cases} \Longrightarrow$$

$$[i]_{dq0} = [P][i]_{abc} = [P]P[C][e_c]_{abc} = [P]P[C][P]^{-1}[e_c]_{dq0} =$$

$$[P]P_\theta([C][P^{-1}])\times P\theta\times[e_c]_{dq0} + [P][C][P]^{-1}\times P[e_c]_{dq0} =$$

$$C\begin{bmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}P(\theta)\times[e_c]_{dq0} + C\,P[e_c]_{dq0} \Longrightarrow$$

$$[i]_{dq} = C\begin{bmatrix}0&-1\\1&0\end{bmatrix}\frac{\omega}{\omega_b}[e_c]_{dq0} + \frac{C}{\omega_b}[\dot{e}_c]_{dq} = \frac{1}{X_C}\begin{bmatrix}0&-1\\1&0\end{bmatrix}[e_c]_{dq} + \frac{1}{X_C\omega_b}[\dot{e}_c]_{dq} \Rightarrow$$

$$[\Delta i]_{dq} = \frac{1}{X_C\omega_b}[\Delta\dot{e}_c]_{dq} + \frac{1}{X_C}\begin{bmatrix}0&-1\\1&0\end{bmatrix}[\Delta e_c]_{dq}$$

{ یا ماتریس در sin مشتق $P(\theta)=\omega$ ، ۱) ۲) یا استاد زمان پایه مشتق }

$$[V_t]_{dq0} = [P][R+PL][P]^{-1}[i]_{dq0} + [e_c]_{dq0} + [v_o]_{dq0} =$$

$$R[i]_{dq0} + L[P]P([P]^{-1}[i]_{dq0}) + [e_c]_{dq0} + [v_o]_{dq0} =$$

$$R[i]_{dq0} + L[P][P]^{-1}P[i]_{dq0} + L[P]P_\theta[P^{-1}]\times P_\theta\times[i]_{dq0} + [e_c]_{dq0} + [v_o]_{dq0}$$

$$R[i_{dq0}] + LP[i_{dq0}] + L\begin{bmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\frac{\omega}{\omega_b}[i]_{dq0} + [e_c]_{dq0} + [v_o]_{dq0} \Rightarrow$$

$$[V_t]_{dq} = \begin{bmatrix}R&-X\\X&R\end{bmatrix}[i]_{dq} + \frac{X}{\omega_b}[\dot{i}]_{dq} + [e_c]_{dq} + [v_o]_{dq} \Longrightarrow$$

$$[\Delta V_t]_{dq} = \begin{bmatrix}R&-X\\X&R\end{bmatrix}[\Delta i]_{dq} + \frac{X}{\omega_b}[\Delta\dot{i}]_{dq} + [e_c]_{dq} + [v_o]_{dq}$$

---

۴) ژنراتور سنکرون:

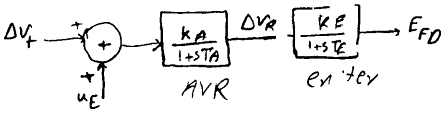
از ۷ معادله که ۳ تا روی D {d, F, D} و ۳ تا روی Q {q, Q, S} می‌توان ۷ معادله برای ماشین خطی کرد.

$$\begin{cases}\dot{\phi}_d/\omega_b = V_{td} + r_a i_d + \omega\phi_q\\ \dot{\phi}_q/\omega_b = V_{tq} + r_a i_q - \omega\phi_d\\ \dot{\phi}_f/\omega_b = V_f - r_f i_f\end{cases} \quad , \quad \begin{cases}\phi_d = -x_d i_d + x_{md} i_f + x_{md} i_D\\ \phi_q = -x_q i_q + x_{mq} i_Q + x_{mq} i_S\\ \phi_f = -x_{md} i_d + x_f i_f + x_{md} i_D\end{cases}$$

که با جاگذاری و خطی‌سازی معادلات، مطلوب به دست می‌آیند.

---

۵) مدل AVR:



---

۶) مدل کلی:

{ ۱۲ حالت اولیه که ۱۲ معادله در ۱ آمده است. } $[\Delta\theta_H, \Delta\theta_I, \Delta\theta_A, \Delta\theta_B, \Delta\theta_G, \Delta\theta_E, \Delta\omega_H, \Delta\omega_I, \Delta\omega_A, \Delta\omega_B, \Delta\omega_G, \Delta\omega_E]$

{ ۵ حالت که تابع تبدیل یعنی ۵ معادله در ۲ آمده است. } $[a, g, N, M, O]$

{ ۸ حالت که دو تا در ۳ در ۲ معادله اول آمده و ۶ تا در ۴ آمده است. } $[\Delta e_{cd}, \Delta e_{cq}, \Delta i_d, \Delta i_q, \Delta i_F, \Delta i_D, \Delta i_Q, \Delta i_S]$

{ ۲ حالت که در ۵ آمده است. } $[\Delta V_R, \Delta E_{FD}]$

{ چند مقدار نامعلوم هم هست:

الف) $\Delta V_{td}, \Delta V_{tq}$ — در ۳ به دست آمده

ب) $\Delta V_t = \sqrt{(\Delta V_{td})^2 + (\Delta V_{tq})^2}$

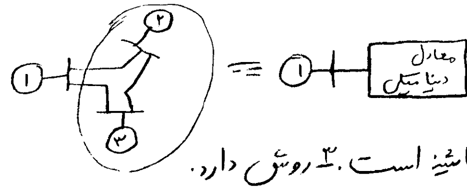
ج) $T_e = i_q\psi_d - i_d\psi_q \Rightarrow T_e = i_q[-x_d i_d + x_{md} i_f + x_{md} i_D] - i_d[-x_q i_q + x_{mq} i_Q + x_{mq} i_S]$

$\Delta T_e = f(\Delta i_d, \Delta i_q, \Delta i_f, \Delta i_D, \Delta i_Q, \Delta i_S, i_{d0}, i_{q0}, i_{f0}, i_{D0}, i_{Q0}, i_{S0})$

د) $v_{od} = v_o\sin\delta$, $v_{oq} = v_o\cos\delta$, $v_o = \sqrt{v_{od}^2 + v_{oq}^2}$

فرکانسهای پیچشی: برای به دست آوردن آن Tها و Bها و Dها را در ۱ صفر گذاشته و معادله را به صورت روبرو می‌نویسیم. $[\dot{\omega}]=[A][\theta]$ و مقادیر ویژه مدهای نوسان را می‌دهند.

دینامیک ۱۴



معادل دینامیکی،

یکی از روشهای تحلیل چند ماشینه است. ۳ روش دارد.

۱) پیدا کردن معادلات کامل و کم کردن درجه؛ در کنترل آمده.

۲) روش تخمین (شناسائی سیستمها)؛ در کنترل آمده.

۳) روش همپائی (coherency):

معمولاً هر چند ماشین با هم همپا هستند. یعنی تغییرات فرکانس آنها نسبت به زمان یکسان است. پس آنها را برداشته و ۱ ژنراتور می گذاریم با

$$\begin{cases} \frac{1}{x_d^{eq}} = \sum \frac{1}{x_{di}} \quad , \quad \frac{1}{x_q^{eq}} = \sum \frac{1}{x_{qi}^{eq}} \quad , \quad \frac{1}{x_d'^{eq}} = \sum \frac{1}{x_{di}'^{eq}} \quad , \quad P_{meq} = \sum P_{mi} \\ P_{eeq} = \sum P_{ei} \end{cases}$$

مشکل: لزوم داشتن پارامترها.

کاربرد قضیه لیاپانوف:

۷) ی حالات گذرا و اغتشاشات شدید. مراحل کار.

الف) تعریف تابع لیاپانوف

ب) پیدا کردن ناحیه همگرائی از روی تابع لیاپانوف.

ج) پیدا کردن زمان بحرانی (t_{cr}) و اندکس اینست

روشهای اضطراری:

که PSS و AVR و گاورنر دیگر نمی توانند کاری بکنند.

۱) تریپ دادن: بستن شیرها

۲) ترمز کردن: تلف کردن انرژی ورودی در مقاومتها

روشهای کلی:

۱) نصب HVDC،

۲) نصب خازن سری در خطوط انتقال طولانی

۳) نصب رله های با قطع و وصل سریع

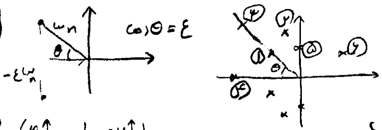
دینامیک ۱۵

کنترل خطی:

سیستم درجه ۲:

$$G(s)=\frac{1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$ و { ω_n فرکانس طبیعی ، ξ ضریب میرائی } ، { $P.O.=e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ ، $t_s=\frac{4}{\xi\omega_n}$ }

$\cos\theta=\xi$



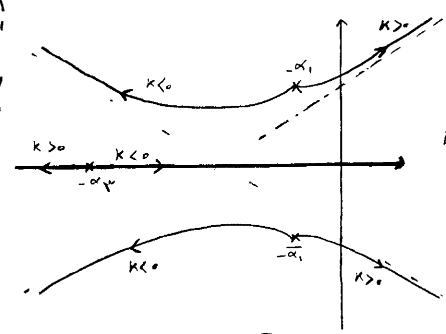
$(\theta\uparrow$ ، $\xi\downarrow$ و $P.O\uparrow)$
$(\theta\downarrow$ ، $\xi\uparrow$ و $P.O\downarrow)$

① حالت عادی
② $P.O$ زیاد می‌شود چون $\xi\downarrow$ ، t_s ثابت
③ $P.O$ تغییر نمی‌کند و t_s کم می‌شود.
④ نوسان ندارم.
⑤ نوسان دائم دارم
⑥ غیرپایدار است و نوسانی.

سیستم درجه ۳:

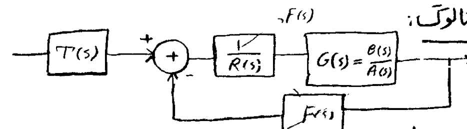
دیاگرام مکان ریشه‌ها.

$$H(s)=\frac{1}{(s+\alpha_1)(s+\alpha_2)(s+\alpha_3)+K}$$



$K<0$ بهتر است و هرچه بزرگتر بهتر است.

روش جایابی قطب به روش آنالوگ:



۱) با استفاده از تابع تبدیل

$$G_c(s)=\frac{T(s)B(s)}{R(s)A(s)+F(s)B(s)}$$
$$G_m(s)=\frac{B_m(s)}{A_m(s)}$$ می‌خواهیم آنالوگ شود.

$\longrightarrow$ { $TB=B_m$ برای صفرها ، $RA+FB=A_m$ ، $Ax+By=c$ } $\Rightarrow$

$$\begin{cases}A(s)=s^n+a_1s^{n-1}+\dots+a_n\\ B(s)=b_0s^n+b_1s^{n-1}+\dots+b_n\\ X(s)=s^k+x_1s^{k-1}+\dots+x_k\\ Y(s)=y_0s^e+y_1s^{e-1}+\dots+y_e\\ C(s)=s^{n+k}+c_1s^{n+k-1}+\dots+c_{n+k}\end{cases}$$

$\boxed{e=k-1}$

$$\begin{bmatrix}1&0&\cdots&0&b_0&0&&0\\ a_1&1&&0&b_1&b_0&&\\ \vdots&a_1&&&&&&\\ a_n&a_{n-1}&&&b_n&&&\\ 0&a_n&&&0&b_n&&\\ 0&0&&0&0&0&&b_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_k\\ y_0\\ \vdots\\ y_k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_1-a_1\\ \vdots\\ c_n-a_n\\ c_{n+1}\\ \vdots\\ c_{n+k}\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ x ها و y ها محاسبه می‌شوند $\Rightarrow$ $F(s)$ و $R(s)$ بدست می‌آید.

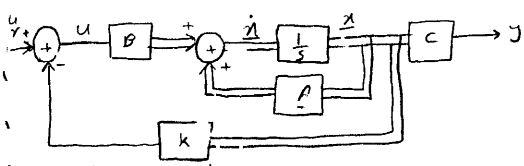
۲) با استفاده از معادلات حالت:

الف) معادله حالت کانونیکال باشد:

$$G(s)=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+\dots+b_m}{s^n+a_1s^{n-1}+\dots+a_n}$$

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0&0\\ 0&0&1&&0&0\\ &&&&&\\ -a_n&-a_{n-1}&&\cdots&-a_2&-a_1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 0\\ 1\end{bmatrix},\quad C=[\underbrace{b_m\ b_{m-1}\ \cdots\ b_0\ 0\ 0\ 0}_{\text{تا } n}]$$

اگر مشخصه حلقه باز سیستم $s^n+a_1s^{n-1}+\dots+a_n=0$ باشد و مشخصه دلخواه $s^n+a_1's^{n-1}+\dots+a_n'=0$ باشد در آنصورت $K=[a_n'-a_n\ \ a_{n-1}'-a_{n-1}\ \ \dots\ \ a_1'-a_1]$



(فیدبک حالت)

ب) معادله حالت کانونیکال نباشد: روش (Ackermann):

$$K=[\underbrace{0\ \cdots\ 0\ 1}_{\text{تا } n}][B\ \ AB\ \ \cdots\ \ A^{n-1}B]^{-1}f(A)$$

که $f(s)=0$ معادله مشخصه سیستم است که ضریب s^n ، ۱ است.

دیجیتال:

$$G(z)=\frac{b_0z^{-n}+b_1z^{-(n-1)}+\dots+b_n}{z^{-n}+a_1z^{-(n-1)}+\dots+a_n}\Rightarrow$$ الف) معادله حالت: $\begin{cases}x(k+1)=Fx_k+Gu_k\\ y=Cx_k+Du_k\end{cases}$

ب) محاسبه $G(z)$ از روی $G(s)$:

۱) اگر قبل از $G(s)$ ، $(ZOH=A/D)$ باشد: $G(z)=(1-z^{-1})\times Z\left(\frac{G(s)}{s}\right)$

۲) اگر قبل از $G(s)$ ، $(ZOH=A/D)$ نباشد: $G(z)=Z\left(\frac{G(s)}{s}\right)$

ج) محاسبه $Z\left(\frac{G(s)}{s}\right)$:

۱) روش تقریبی: $s\longrightarrow\frac{1-z^{-1}}{T}$ و $s\longrightarrow\frac{z-1}{T}$ و $s\longrightarrow\frac{2}{T}\times\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

۲) $Z\left(\frac{G(s)}{s}\right)=Z\left(\frac{A_0}{s}+\frac{A_1}{s^2}+\frac{A_2}{s-\alpha_1}\right)=\frac{A_0}{1-z^{-1}}+\frac{A_1\times Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}+\frac{A_2}{1-e^{-\alpha_1T}z^{-1}}+\dots$

د) نوشتن معادله حالت:

۱) نوشتن از روی $G(z)$:

$$\begin{cases}x_{k+1}=Fx_k+Gu_k\\ y=Cx_k+Du_k\end{cases}$$

$$F=\begin{bmatrix}0&1&0&&0\\ 0&0&1&&0\\ &&&&\\ &&&&1\\ -a_n'&-a_{n-1}'&\cdots&&-a_1'\end{bmatrix},\quad G=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 0\\ 1\end{bmatrix},\quad C=[b_m'\ \ b_{m-1}'\ \cdots\ b_0'\ \ 0\ 0\ 0]$$

۲) استفاده از معادلات حالت پیوسته:

$$F=e^{AT},\quad G=\int_0^T e^{A\tau}B\,d\tau$$

$$e^{At}\longrightarrow\mathcal{L}^{-1}([sI-A]^{-1})$$

(اثبات ①)

روش جایابی قطب به روش دیجیتال:

عین قبلی است.

کنترل بهینه پیوسته:

$$J=\int(x^TQx+u^TRu)dt$$ معیار ارزیابی

۱) x ها Δx ها هستند.
۲) R و Q ماتریس متقارن و P.D (مثبت معین) ، یعنی که $\forall x\neq0:\ x^TQx>0$
۳) چون محدودیت داریم (محدودیت ورودی میرا) ($P\downarrow R$) (بدون محدودیت ورودی میرا ، $P\uparrow Q$)

هدف: تعیین K که $\Delta u=-K\Delta x$ مقدار J حداقل شود.

$K=R^{-1}B^TP$ ، P مثبت معین که $\Rightarrow A^TP+PA+Q-PBR^{-1}B^TP=0$ معادله ریکاتی

(اثبات ②)

حل معادله ریکاتی:

$$P(A-BR^{-1}B^TP)+(A-BR^{-1}B^TP)^TP+(Q+PBR^{-1}B^TP)=0$$

۱) روش تکراری:

$$P^{(i)}(A-BR^{-1}B^TP^{(i-1)})+(A-BR^{-1}B^TP^{(i-1)})^TP^{(i)}+(Q+P^{(i-1)}BR^{-1}B^TP^{(i-1)})=0$$

که حاصل $P^{(i)}$ را می‌توان برحسب $P^{(i-1)}$ حساب کرد.

$\underline{P}=P\underline{x}$

۲) روش (costate):

الف) ماتریس M را به صورت زیر تشکیل می دهیم: $(A=A+F)$ $M=\begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T\end{bmatrix}$

ب) مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس M را حساب می کنیم و آنها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

ج) ماتریس $[x]$ یعنی بردار ویژه را ۴ قسمت می کنیم: $\begin{bmatrix} x_I & x_{III}\\ x_{II} & x_{IV}\end{bmatrix} = [x]_{2n\times 2n}$

د) ماتریس P را حساب می کنیم: $P=x_{II}x_I^{-1}$

ه) K را حساب می کنیم: $K=R^{-1}BP$

(اثبات ۳)

کنترل بهینه گسسته:

$$\begin{cases} x_{k+1}=Fx_k+Gu_k \\ J=\sum (x_k^TQx_k+u_k^TRu_k)\end{cases}$$

معیار ارزیابی:

هدف: تعیین K که با $u_k=-Kx_k$ حاصل J می نیمم شود.

روش costate:

الف) ماتریس M را تشکیل می دهیم: $M=\begin{bmatrix}F^{-1} & F^{-1}GR^{-1}G^T\\ QF^{-1} & F^T+QF^{-1}GR^{-1}G^T\end{bmatrix}$

ب) مقادیر ویژه و بردارهای ویژه را حساب می کنیم. آنها را به گونه زیر مرتب می کنیم:
که n تای اول $|\lambda_1|<|\lambda_2|<\dots<|\lambda_n|<1$ که این مقادیر داخل دایره واحدند، بقیه عکس اینها هستند.

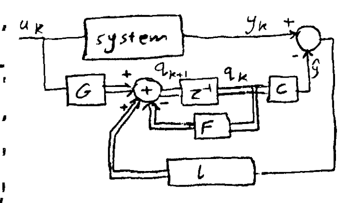
ج) ماتریس x را دسته بندی می کنیم: $\begin{bmatrix} x_I & x_{III}\\ x_{II} & x_{IV}\end{bmatrix} = [x]_{2n\times 2n}$

د) ماتریس P را محاسبه می کنیم: $P=x_{II}\times x_I^{-1}$

ه) ماتریس K را محاسبه می کنیم: $K=(G^TPG+R)^{-1}\times G^TPF$

(اثبات ۴)

State stimator:



چون state ها دست ما نیست، یک تخمین زننده می سازیم:

$$\begin{cases} x_{k+1}=Fx_k+Gu_k \\ q_{k+1}=Fq_k+Gu_k\end{cases} \Rightarrow e_{k+1}=Fe_k$$

این error ناشی از شرایط اولیه نابرابر است. برای سریع صفر شدن یک state estimator را می گذاریم. یعنی:

$$\begin{cases} q_{k+1}=Fq_k+Gu_k+L(y-\hat y) \\ e_{k+1}=F'e_k \ ,\ F'=F-LC\end{cases}$$

هدف: تعیین L به طوری که مقادیر ویژه F' آنجایی باشد که می خواهیم.

راه حل اول (Acromann):

$$L=f_0(F)\times\begin{bmatrix}C\\CF\\CF^2\\\vdots\\CF^{n-1}\end{bmatrix}^{-1}\times\begin{bmatrix}0\\0\\0\\\vdots\\1\end{bmatrix}$$

که $f_0(z)$ معادله ای است که ریشه ها را می دهد که البته ضریب z^n آن یک باشد.

راه حل دوم: فیلتر کالمن:

همان کنترل بهینه فقط جای F، F^T می گذاریم، جای G، C^T می گذاریم که به جای K مقدار L^T را می نویسیم.

حساسیت مقادیر ویژه و کاربرد آن در سیستم قدرت:

۱) تعریف حساسیت:

$$S_K^{\lambda_i}=\frac{\partial\lambda_i}{\partial K}=\frac{y_i^T\times\dot A\times x_i}{y_i^T\times x_i}$$

x_i: بردار ویژه ماتریس A برای مقدار ویژه λ_i

y_i: بردار ویژه ماتریس A^T برای مقدار ویژه λ_i.

$\dot A$: مشتق A نسبت به پارامتر K به ازای $K=K_0$.

$$\begin{cases} A\underline{x}_i=\lambda_i\underline{x}_i \\ A^T\underline{y}_i=\lambda_i\underline{y}_i\end{cases}$$

انتخاب ماتریس های Q و R در کنترل بهینه با استفاده از حساسیت مقادیر ویژه:

در کنترل بهینه داشتیم که:

$$J=\int (x^TQx+u^TRu)\,dt$$

n تعداد state ها، P تعداد ورودی ها

$$Q=\begin{bmatrix}q_1 & & 0\\ & q_2 & \\ 0 & & q_n\end{bmatrix},\ q_i>0 \text{ و } R=\begin{bmatrix}r_1 & & 0\\ & r_2 & \\ 0 & & r_p\end{bmatrix},\ r_i>0$$

$$M\times\begin{bmatrix}x_I & x_{III}\\ x_{II}&x_{IV}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda & \\ &\lambda^+\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_I & x_{III}\\ x_{II}&x_{IV}\end{bmatrix} \text{ و } \lambda_{i,\underline{q}}=\begin{bmatrix}\frac{\partial\lambda_i}{\partial q_1}\\ \vdots\\ \frac{\partial\lambda_i}{\partial q_n}\end{bmatrix}$$

λ_i قطب غالب است

بدست می آید که:

$$\lambda_{i,q_j}=\frac{1}{c_i}x_{III_i}^T(j)\times x_{I_i}(j)$$

$$c_i=\sum_{j=1}^{n}\left(x_{IV_i}(j)\,x_{I_i}(j)-x_{III_i}(j)\,x_{II_i}(j)\right)$$

$x_{I_i}(j)$: j امین عنصر از i امین سطر x_I

(اثبات ۴)

الگوریتم محاسبه Q:

۱) Q_0 انتخاب می کنیم ($Q_0=I$)

۲) $\lambda_{i,q}$ را حساب می کنیم.

۳) $\Delta q_j=\frac{1}{\frac{\partial\lambda_i}{\partial q_j}}\Delta\lambda_i$

۴) روی قطب غالب تصمیم می گیریم که به اندازه $\Delta\lambda_i$ جابجا کنیم.

۵) از ۳، Δq_j ها را حساب می کنیم.

$$Q_{new}=Q_{old}+\begin{bmatrix}\Delta q_1 & 0\\ 0 & \Delta q_n\end{bmatrix}$$

۶) آنقدر اینکار را (مراحل ۲ تا ۴) را حساب می کنیم تا در شبیه سازی به محدودیت اعمال سیگنال نرسیم.

معادل دینامیکی سیستم خارجی:

۱) پیدا کردن معادلات کامل و سپس استفاده از روش های کاهش درجه:

$$\begin{cases} \dot{\underline x}=A\underline x+B\underline u \\ y=C\underline x\end{cases},\quad T=[\underline{v}_1\ \underline{v}_2\ \dots\ \underline{v}_n] \text{ (بردارهای ویژه) و } \underline z=T\underline x \Rightarrow \begin{cases}TAT^{-1}=A'\\ TB=B'\\ CT^{-1}=C'\end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline z}=A'\underline z+B'\underline u \\ y=C'\underline z\end{cases}$$

A' برداری اسکالر با قطر λ_i می شود.

معادلات را به ترتیب اولویت از بالا به پایین می چینیم ($\dot w_2=0$)

$$\begin{cases} \dot{\underline w}=A''\underline w+B''\underline u \\ y=C''w\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}\begin{bmatrix}\dot w_1\\ \dot w_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A''_1 & 0\\ 0 & A''_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w_1\\ w_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B''_1\\ B''_2\end{bmatrix}u \\ y=[c''_1\ \ c''_2]\begin{bmatrix}w_1\\ w_2\end{bmatrix}\end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}\dot w_1=A''_1w_1+B''_1u\\ y=c_1''w_1-c_2A_2''^{-1}B''_2u\end{cases}$$

اشکال این روش: احتیاج به تمامی پارامترها.

۲) روش تخمین (شناسائی سیستم):

یک ورودی می‌دهیم و خروجی را می‌گیریم. با این ورودی و خروجی پارامترها را تخمین می‌زنیم.

$$G(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\dots+b_mz^{-m}}{a_0+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+\dots+a_Nz^{-N}}=\frac{y(z)}{x(z)} \Rightarrow a_0=1 \Rightarrow$$

$$y(t)=u_t^T\theta \quad \text{و} \quad u_t^T=\overbrace{[y_{t-1}\,y_{t-2}\dots y_{t-N}\;x_t\;x_{t-1}\dots x_{t-m}]}^{p\ \text{تا}} \quad \text{و} \quad \theta^T=\overbrace{[a_1\dots a_N\;b_0\dots b_m]}^{p\ \text{تا}}$$

اگر p تا مجهول باشد داریم:

$$\theta=u^{-1}y \quad , \quad u=\begin{bmatrix}u_1^T\\u_2^T\\\vdots\\u_p^T\end{bmatrix} \quad , \quad y=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_p\end{bmatrix}$$

برای کم کردن خطا:

$$\underset{n\times1}{y}=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_n\end{bmatrix} \quad , \quad \underset{n\times p}{u}=\begin{bmatrix}u_1^T\\u_2^T\\\vdots\\u_n^T\end{bmatrix} \Rightarrow \theta=[u^Tu]^{-1}u^Ty$$

قضیه لیاپانوف:

چند تعریف:

۱) مدل AUTONOMOUS:

در سیستم غیرخطی $\dot{x}=f(x,u)$ اگر بتوان u را حذف کرد معادله به صورت $\dot{z}=f(z)$ می‌شود که مدل Autonomous گویند.

$$\dot{x}=Ax+Bu+N(x) \Rightarrow \begin{cases}Ax_s+Bu+N(x_s)=0\\ z=x-x_s\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\dot{z}=Az+N(z+x_s)-N(x_s)\\ \dot{z}=f(z)\end{cases}$$

۲) مسیر حالت:

مسیری که حالت سیستم در دستگاه مختصاتی که هر بعد آن یک متغیر حالت است طی می‌کند.

۳) پایداری: برای مدل (Autonomous)،

$$\forall \varepsilon>0, \exists \delta>0: \|x_0\|<\delta \Rightarrow t>t_0: \|x(t)\|<\varepsilon$$

اگر شرط فوق باشد و علاوه $\lim_{t\to\infty}\|x(t)\|=0$ سیستم را پایداری مجانبی گویند.

۴) تابع مثبت معین:

$v(x)$ را مثبت معین گویند اگر

$$\begin{cases}v(x)>0 \ , \ x\neq0\\ v(x)=0 \ , \ x=0\end{cases}$$

۵) حکم قضیه:

اگر بتوانیم برای یک سیستم (Autonomous) به فرم $\dot{x}=f(x)$ یک تابع مثبت معین $v(x)$ تعریف کنیم به طوری که $\dot{v}(x)$ منفی معین باشد، در آن صورت سیستم پایدار مجانبی است.

۶) ناحیه همگرائی:

ناحیه‌ای از فضای حالت که در آن $\dot{v}(x)$ منفی معین است.

۷) اندکس امنیت:

ضریبی از زمان t_{c2} که دور بسیار بالای رود که t_{c2} زمان که سیستم از ناحیه همگرائی خارج می‌شود. اگر t_{c1} زمان عملکرد رله باشد باید که $t_{c1}<t_{c2}$

اثبات ①

اثبات ②:

$$\int_t^{+\infty}(x^TQx+u^TRu)\,dt=x^TPx \xrightarrow{\text{مشتق}} x^TQx+u^TRu\Big|_t^{\infty}=\dot{x}^TPx+x^TP\dot{x} \xrightarrow[\text{را صفر می کند}]{\text{در حد کنترل کننده ها}} -(x^TQx+u^TRu)=(Ax+Bu)^TPx+x^TP(Ax+Bu)$$

$$S=x^TA^TPx+u^TB^TPx+x^TPAx+x^TPBu+x^TQx+u^TRu=0 \Rightarrow \text{پاسخ بهینه}\ \frac{\partial S}{\partial u}=0 \Rightarrow B^TPx+B^TPx+(R+R^T)u=0 \Rightarrow$$

جزو لم:

$$\frac{d}{d\theta}[a^T\theta]=\underline{a}$$

$$\frac{d}{d\theta}[\theta^T a]=\underline{a}$$

$$\frac{d}{d\theta}[\theta^TA\theta]=[A+A^T]\theta$$

$$\left.\begin{array}{l}u=-R^{-1}B^TPx\\ u=-Kx\end{array}\right\}\Rightarrow K=R^{-1}B^TP$$

و حال برابر داریم ⇐ $A^TP+PA+Q-PBR^{-1}B^TP=0$

اثبات ③:

$$P=Ox\ ,\ \dot{x}=Ax+Bu\ ,\ u=-Kx \Rightarrow \dot{x}=Ax-\underbrace{BR^{-1}B^T}_{S}Px \Rightarrow \dot{x}=Ax-SP \quad ① \quad ,\ \dot{P}=P\dot{x}=P(Ax-SP)\Rightarrow$$

$$\dot{P}=[PA-BR^{-1}B^TP]x\ ,\ PA-BR^{-1}B^TP \overset{\text{بالا}}{=} -Q-A^TP \Rightarrow \dot{P}=[-Q-A^TP]x \Rightarrow \dot{P}=-A^TP-Qx$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{P}\end{bmatrix}=[M]\begin{bmatrix}x\\ P\end{bmatrix} \Rightarrow M=\begin{bmatrix}A & -S\\ -Q & -A^T\end{bmatrix} \Rightarrow$$

(اگر λ مقدار ویژه باشد λ- هم مقدار ویژه است) $\Rightarrow [M][X]=[\lambda][X]\ ,\ \lambda=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & & 0\\ & \ddots & [\lambda^-] & & \\ & & \lambda_n & & \\ & & & \lambda_{n+1} & \\ 0 & & & [\lambda^+] & \lambda_{2n}\end{bmatrix}\ ,\ [X]=[x_1\ x_2\ \cdots\ x_{2n}] \Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l}[\lambda^-]\ \text{قسمت حقیقی منفی}\\ [\lambda^+]\ \text{مثبت}\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{bmatrix}A & -S\\ -Q & -A^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{I} & x_{III}\\ x_{II} & x_{IIII}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda^- & 0\\ 0 & \lambda^+\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{I} & x_{III}\\ x_{II} & x_{IIII}\end{bmatrix}\Rightarrow \begin{cases}Ax_{I}-Sx_{II}=\lambda^-x_{I}\\ -Qx_{I}-A^Tx_{II}=\lambda^+x_{II}\end{cases}\Rightarrow P=x_{II}x_{I}^{-1}$$

اثبات ④: